Татарский научно-исследовательский и проектный институт нефти
(ТатНИПИнефть) ПАО "Татнефть" им. В.Д. Шашина

На правах рукописи

ВОЙКИН ВАДИМ ФАГИМОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРИТОКА ЖИДКОСТИ К ГОРИЗОНТАЛЬНЫМ СКВАЖИНАМ В ПЛОЩАДНОЙ СИСТЕМЕ ЗАВОДНЕНИЯ

Специальность 25.00.17 -
"Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений"

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук, доцент
А.В. Насыбуллин

Бугульма – 2017 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность работы

Истощение основных нефтяных месторождений в нашей стране и в мире обуславливает применение новых технологий добычи. При этом ряд уже известных технологий нефтедобычи не исчерпали свой ресурс. Эффективность горизонтальных скважин (ГС) и площадных систем заводнения для выполнения этих задач доказана как теоретически, так и практически как в отечественной, так и в зарубежной нефтяной индустрии. Соответственно, широко распространены системы разработки, включающие вертикальные и горизонтальные скважины, что обуславливает необходимость применения методик расчета производительности этих систем аналитически или численно. Ввиду широкого распространения гидродинамических моделей численный расчет не представляет трудностей. Вместе с тем сохраняется необходимость в аналитической оценке дебита горизонтальных скважин для оперативности принятия решений, сужения количества вариантов для гидродинамического моделирования. При этом необходимо оценивать не только дебит единичной скважины, а рассматривать элемент заводнения, вписанный в определенную систему.

Аналитические формулы являются в определенной степени ограниченными, ввиду изначально заложенной стандартизации их применения. Кроме того, на поздних стадиях разработки в регулярных системах заводнения используются нестандартные схемы расположения скважин. Поэтому создание универсального уравнения комплексного потенциала течения, учитывающего регулярное и нерегулярное расположение траекторий горизонтальных скважин в площадных системах заводнения, является актуальным и перспективным направлением исследования.

При моделировании разработки месторождений с использованием горизонтальных скважин возникают трудности задания зон их дренирования в виде областей Вороного. В отличие от стандартных алгоритмов, основанных на координатах забоев вертикальных скважин, необходимо учитывать большую протяженность ствола. Поэтому создание новых методов расчета области Вороного для горизонтальных скважин является также актуальной научно-технической задачей.

Степень разработанности темы.

Вопросами решения теоретических и практических задач разработки месторождения методом площадной системы заводнения занимались такие ученые, как Р.Г. Абдулмазитов, В.Е. Гавура, В.Д. Лысенко, П.А. Палий, Р.Т. Фазлыев, И.Л. Ханин, М.М. Хасанов, В.Н. Щелкачев, J.C. Deppe, W.C. Hauber, M. Muskat, M. Prats, R.E. Watson.

Изучению эксплуатации ГС посвящены работы таких исследователей, как Г.С. Абдрахманов, З.С. Алиев, И.М. Бакиров, Ю.П. Борисов, И.В. Владимиров, А.М. Григорян, В.Г. Григурецкий, С.Н. Закиров, А.Т. Зарипов, А.Б. Золотухин, Р.Р. Ибатуллин, А.И. Ибрагимов, В.А. Иктисанов, А.Г. Корженевский, В.Д. Лысенко, В.П. Меркулов, Л.М. Миронова, И.Р. Мукминов Р.Х. Муслимов, Р.К. Мухамедшин, А.В. Насыбуллин, Р.Х. Низаев, А.И. Никифоров, В.А. Никонов, В.П. Пилатовский, П.Я. Полубаринова-Кочина, Д.А. Разживин, И.Б. Розенберг, В.Р. Сыртланов, В.П. Табаков, Р.Т. Фазлыев, М.Х. Хайруллин, И.Н. Хакимзянов, М.М. Хасанов, Р.С. Хисамов, Н.И. Хисамутдинов, М.Н. Шамсиев, R.M. Butler, D.K. Dabu, M.J. Economides, C.A. Ehlig, F.M. Giger, S.D. Joshi, A.S. Odeh, R. Suprunowicz.

При этом вопросы совместного рассмотрения притока жидкости к ГС в регулярных и не регулярных системах разработки требуют дополнительной проработки.

Цель работы – повышение качества проектирования горизонтальных скважин за счет разработки методов расчета их

производительности и зон дренирования в регулярных и нерегулярных системах разработки.

Основные задачи исследований

1. Разработка методики определения комплексного потенциала течения совместно с уравнением фильтрации однородной жидкости через прямолинейную макротрещину бесконечной проводимости.

2. Создание методики моделирования элемента заводнения при разработке месторождения ГС и/или ВС.

3. Вывод аналитической формулы для расчета дебитов ГС в площадных системах разработки.

4. Изучение отношения толщины пласта и длины ГС для достижения оптимальных показателей добычи нефти.

5. Совершенствование методов расчета области дренирования для ГС.

Методы решения поставленных задач.

Для нахождения формулы дебита ГС и комплексного потенциала течения используется разложение эллиптической функции на сигма-, дзета- и пэ- функции Вейерштрасса. Для получения аналитической формулы дебита, ГС представляются как ВС, расположенные вдоль пути ГС, вскрывшие пласт на полную толщину и с расстоянием между ними, равным толщине пласта.

Получение комплексного потенциала течения основано на представлении ГС как макротрещины бесконечной проницаемости.

Основой методики расчета области Вороного для ГС является разбиение ГС на мнимые ВС с помощью кривых Безье. Для получения кривой Безье используются фактические данные телеметрии.

Научная новизна.

1. Получено общее решение задачи определения дебита регулярно расположенных ГС в площадных системах заводнения.

2. Определена аналитическая зависимость дебита ГС в пятиточечном элементе заводнения от геолого-физических параметров, сторон элемента заводнения и энергетического состояния пласта.

3. Получен комплексный потенциал течения для площадных систем с макротрещиной бесконечной проницаемости имитирующий ГС.

Основные защищаемые положения:

1. Аналитическое решение задачи притока к ГС при площадной системе заводнения.

2. Изучение влияния толщины пласта и длины ГС на ее продуктивность в элементе заводнения.

3. Методика вывода комплексного потенциала течения для площадных систем заводнения.

Соответствие диссертации паспорту научной специальности.

Указанная область исследований соответствует паспорту специальности 25.00.17 «Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений», а именно п.5: Научные основы компьютерных технологий проектирования, исследования, эксплуатации, контроля и управления природно-техногенными системами, формируемыми для извлечения углеводородов из недр или их хранения в недрах с целью эффективного использования методов и средств информационных технологий, включая имитационное моделирование геологических объектов, систем выработки запасов углеводородов и геолого-технологических процессов.

Практическая ценность результатов работы.

1. Разработаны программные модули в вычислительной среде MatLab для расчета дебита горизонтальной скважины непосредственно из уравнения комплексного потенциала течения.

2. Полученный комплексный потенциал течения можно применять для обоснования заложения горизонтальных скважин на любых стадиях разработки месторождения.

3. Программный модуль, полученный для расчета дебита на основе комплексного потенциала течения, использует минимальные допущения что, безусловно, повышает точность полученных результатов.

4. Усовершенствован метод расчета области дренирования ГС с использованием сетки Вороного и кривых Безье.

5. Разработан программный модуль для расчета области дренирования ГС с помощью кривых Безье. Практическое применение опробовано на срезе скважин Коробковского участка Бавлинского месторождения.

6. Созданные программные модули интегрированы в программный продукт «Нефтяной калькулятор» и внедрены во все НГДУ ПАО «Татнефть» для поддержки задач регулирования и управления разработкой.

7. Материалы диссертации используются в учебном процессе Альметьевского государственного нефтяного института для подготовки студентов по направлению «Нефтегазовое дело».

Личный вклад автора включает получение новых формул для расчета дебита ГС в площадных системах заводнения. В выводе комплексных потенциалов течения. Получении новых методик расчета области Вороного для ГС. Разработки программных продуктов для расчетов.

Апробация результатов работы

Основные положения и результаты диссертационной работы докладывались на 27-й молодежной научно-практической конференции, посвященной 60-летию института ТатНИПИнефть ОАО «Татнефть» в секции «Геология, разработка нефтяных и нефтегазовых месторождений» (Бугульма, 2016 г.); на 15-й международной заочной конференции «Развитие науки в XXI веке» в секции «Технические науки» (Харьков, 2016 г.); на международной научно-практической конференции молодых ученых приуроченный к 60-летию высшего нефтегазового образования в

республике Татарстан «Энергия молодежи для нефтегазовой индустрии» (Альметьевск, 2016 г.); на международной научно-практической конференции посвященный к 100-летию со дня рождения В.Д. Шашина «Инновации в разведке и разработке нефтяных и газовых месторождений» (Казань, 2016 г.); на международной научно-практической конференции «Интеллектуальное месторождение: инновационные технологии от скважины до магистральной трубы» (Сочи, 2016);

Публикации. Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 13 научных трудах, в том числе в 3 ведущих рецензируемых научных журналах, рекомендованных ВАК Министерства образования и науки РФ, и в 3 свидетельствах о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, основных выводов и рекомендаций, библиографического списка литературы, включающего 137 наименований. Работа изложена на 118 страницах машинописного текста, содержит 3 таблицы, 39 рисунков.

Автор выражает благодарность научному руководителю д.т.н. А.В. Насыбуллину за методическую помощь в постановке и реализации работы, а также признательность д.т.н. И.М. Бакирову, к.т.н. Д.А. Разживину, к.т.н. А.В. Лифантьеву и сотрудникам института «ТатНИПИнефть» за помощь в написании и ценные советы.

1 ОСОБЕННОСТИ ПРИТОКА ЖИДКОСТИ В УСТАНОВИВШЕМСЯ ТЕЧЕНИИ К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

1.1 Анализ работ, посвященных фильтрационному потоку при площадном заводнении

Основной задачей подземной гидродинамики на месторождениях, разрабатываемых нефтяными компаниями, является, создание новых и совершенствование старых методов рациональной разработки нефтяных месторождений. В связи с тем, что в настоящее время основной технологией добычи подземных углеводородов являются различные методы заводнения, изучение открытых проблем вытеснения нефти водой представляет огромный интерес. Основные принципы этой технологии изложены в монографиях [1].

Долгое время метод заводнения не имел научного фундамента и методики применения. Активное изучение процессов заводнения научно исследовательскими институтами и нефтедобывающими компаниями началась в 1970-х годах, в качестве источников для анализа стали накопленные данные за предыдущие годы разработки месторождений. Общеизвестно, что идея искусственного поддержания давления в пласте нашла свое применение в виде законтурного и внутриконтурного заводнений. Внутриконтурное заводенение представляет из себя расположение нагнетательных скважин рядами, разбивающими месторождение на части, параллельно им расположены эксплуатационные скважины, осуществляющие отбор нефти. Огромное разнообразие природных условий подталкивает разработчиков нефтяных месторождений на поиски оптимальных вариантов расположения скважин. Одним из часто встречаемых методов заводнения является площадное

заводнение, когда нагнетательные и добывающие скважины расположены равномерно по площади месторождения в запланированной схеме размещения.

Площадное заводнение при извлечении нефти из недр применяется в двух случаях:

a) Вторичный и третичный метод, когда добыты основные запасы нефти.

b) Первичный метод, для поддержания пластового давления с начала разработки, для уменьшения газового фактора из добываемой жидкости.

Впервые метод искусственного воздействия на пласт путем нагнетания воды был открыт и использован в США. В работе [2] описан один из первых примеров использования пятиточечной системы заводнения в месторождении Брэдфорд, США. Использование нового метода заводнения привело к существенному приросту объема добываемой продукции. Результаты исследований [3] отражают целесообразность использования метода площадного заводнения в залежах верхнебашкирского горизонта Бахметьевского месторождения.

Течение однородных несжимаемых жидкостей в изотропных пористых средах является наиболее исследованной областью подземной гидродинамики. Как известно, метод исследования установившегося течения жидкости в пористых средах основан на решении известного дифференциального уравнения Лапласа. Решению гидродинамических задач фильтрации в системе скважин посвящено большое число работ советских и зарубежных авторов. Ряд вопросов установившегося течения жидкости в пористых средах рассматривается в монографиях Л. С. Лейбензона [4], П. Я. Полубариновой-Кочиной [5], М. Маскета [6], И. А. Чарного [7,8,9], В. Н. Щелкачева и Б. Б. Лапука [10], В. И. Аравина и С. Н. Нумерова [11], А. Э. Шейдеггера [12], Р. Коллинса [13] и далее, Ханин И.Л., Палий П.А., Гавура В.Е. [14], Розенберг М. Д. [15,16,17], Пилатовский В.П. [18], Мукминов И.Р. [19].

Вопросам приближенного расчета процесса площадного заводнения посвящены работы Ю. П. Борисова и В. С. Орлова [20], Е. В. Теслюка [21], Prats M., Matthews C. S., Jewett R. L., Baker J.D. [22], Slider H. C. [23], Deppe J. [24], Hauber W. C. [25], А. П. Крылова, М. М. Глоговского и др. [26], А. П. Крылова, П. М, Белаша и др. [27].

Так, Ю. П. Борисов и В. С. Орлов [28] рассмотрели влияние неполного характера вытеснения на динамику добычи нефти и воды. Чэнь-Чжун-сян [29,30] применил теорию Баклея-Леверетта к исследованию вопроса о рациональном размещении “разрезающих” нагнетательных рядов на крупных нефтяных месторождениях. Отметим также работы Fayers F. J., Perrine R. L. [31] о роли поверхностно-активных веществ в процессе вытеснения нефти водой.

В работах Douglas J., Peaceman D. W., Rachford H. H. [32], В. Л. Данилова и В. М. Говердовской [33] приводится численные решения уравнения вытеснения с учетом капиллярных сил в двумерном случае. Важность этих работ состоит в том, что они позволили получить детальную картину распределения насыщенности, которое не может быть определено из экспериментальных исследований.

Первым решением задачи об установившемся течении однородной жидкости в системе скважин площадного заводнения являются работа М. Маскета и Р. Д. Викофа [34], где впервые были получены некоторые характеристики фильтрационного потока для ряда частных случаев размещения скважин. Дальнейшее развитие это исследование получило в монографии М. Маскета [6]. Весьма полное изложение метода и результатов этих исследований можно найти также в работах М. Маскета [35], Н. Кристеа [36]. В работе Хасанова М.М. [37] получен стационарный дебит горизонтальных скважин в рядных системах разработки.

Основным элементом решения, полученного М. Маскетом и Р. Викофом, является известное распределение потенциала для бесконечного

ряда источников (стоков), ранее использованное, в частности, Г. Ламбом [38] и Л. С. Лейбензоном [4]:

$$\varphi = \frac{q}{4\pi} \ln \left[\operatorname{ch} \frac{2\pi(y-b)}{a} - \cos \frac{2\pi x}{a} \right]$$

где a – расстояние между источниками,

b – расстояние от оси x до ряда источников,

q – дебит источников.

Распределение давления при площадном заводнении получено М. Маскетом и Р. Викофом [39] непосредственным суммированием потенциалов, соответствующих каждому ряду скважин. Так же авторами были рассмотрены прямолинейная, линейная с шахматным размещением скважин, пятиточечная и семиточечная системы площадного заводнения.

Следует сказать, что рассматриваемое решение задачи о фильтрационном потоке жидкости в системе скважин площадного заводнения достаточно громоздкое, получено сложным путем при неоправданно большом числе допущений.

Как показал Prats M. [40], формула для определения коэффициента охвата заводнением элемента линейной системы с шахматным размещением скважин М. Маскетом [6] была выведена не правильно. Полагая прямую, соединяющую соседние эксплуатационную и нагнетательную скважины, М. Маскет получил выражение для определения коэффициента охвата заводнением, дающее заниженное его значение для всех схем размещения, кроме пятиточечной.

Для исследования влияния угла падения пласта на характеристики фильтрационного потока при линейной системе площадного заводнения Prats M., Strickler W. R., Matthews C. [41] применили методы теории функций комплексного переменного. Это позволило авторам получить наиболее полное исследование рассматриваемой системы размещения скважин. Ими были получены как потенциал скорости, так и функция тока для линейной системы площадного заводнения.

Позднее С.Ф. Коротков [42] при исследовании процесса обводнения прямолинейной цепочки эксплуатационных скважин в полосообразной залежи определил комплексный потенциал течения, который, по сути дела, является комплексным потенциалом течения жидкости при прямолинейной системе площадного заводнения. Выражения давления, функции тока, формула для определения времени прорыва воды в эксплуатационные скважины получены автором в громоздкой и довольно неудобной форме, что несколько снижает ценность работы.

Ю. П. Борисов [43] на основе “принципа фильтрационных сопротивлений” предложил ряд приближенных формул для расчета дебита скважин для некоторых систем размещения скважин при площадном заводнении.

На основе свойств эллиптических функций в работе [44] были получены основные характеристики фильтрационного потока для прямолинейной системы заводнения. В работе [43] автор получил решение задачи в общем случае расположения скважин в площадной системе заводнения для произвольного числа добывающих и нагнетательных скважин в двоякопериодическом течении. В качестве практического применения получены формулы для девятиточечной и линейной систем с шахматным размещением скважин. В работе [45] используя результаты исследований [46] получена система алгебраических уравнений для определения дебита скважин в прямоугольном элементе площадного заводнения.

Во всех упомянутых работах совместная фильтрация нефти и воды в системе скважин площадного заводнения рассматривается как установившееся течение однородной жидкости в изотропном пласте, что, в силу принятых допущений, не отражает в достаточной степени действительной картины. Поэтому идеализированная теория сеток скважин, вообще говоря, не может привести к точной количественной характеристике процесса вытеснения нефти водой при площадном

заводнении нефтяных месторождений. Тем не менее, эти исследования имеют важное значение при проектировании систем площадного заводнения, так как позволяют выявить влияние геометрических факторов размещения эксплуатационных и нагнетательных скважин на показатели разработки нефтяных месторождений. Теория потенциального течения однородной жидкости позволяет получить необходимые количественные данные для сравнения эффективности различных систем размещения скважин.

Приведенные примеры и объем использования в мировой практике добычи нефти методом нагнетания в пласт показывают целесообразность более глубокого изучения гидродинамических процессов в площадных системах заводнения.

Известная формула М. Маскета [47] для дебита пятиточечной системы площадного заводнения при квадратной сетке скважин имеет вид:

$$Q = \frac{\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln \frac{c}{r} - 0{,}6188} \tag{1.1}$$

Здесь $c = \sqrt{2}a$ – расстояние между эксплуатационной и нагнетательной скважинами.

М. Маскетом также выведена формула дебита при прямолинейном заводнении, которая сводится к следующему виду при квадратном размещении скважин:

$$Q = \frac{\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\pi - 2\ln 2 \sinh \frac{\pi r_c}{a}} \tag{1.2}$$

В работе [48] Р.Т. Фазлыев исследовал фильтрацию однородной несжимаемой жидкости в изотропном пласте, вскрытом системой скважин площадного заводнения. На основе методов теории функции комплексного переменного, в частности, свойств эллиптических функций Якоби и Вейерштрасса, получено решение гидродинамической задачи по определению характеристик фильтрационного потока в прямоугольном

элементе площадного заводнения, вскрытом произвольным конечным числом эксплуатационных и нагнетательных скважин. Р.Т. Фазлыев получил точно такие же формулы, как у М. Маскета для пятиточечной, линейной, девятиточечной и т. д., доказав тем самым целесообразность данного метода для исследования бесконечного пласта при площадном заводнении.

В статье [37] представлена формула для расчета дебита горизонтальной скважины в рядной системе площадного заводнения:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{B\left(\frac{1}{2}\ln\left(\frac{4A}{\gamma_1 C_A L^2/16}\right) + \frac{h^*}{L}\ln\frac{h^*}{2\pi r_w' \sin\frac{\pi h_p}{h}}\right)} \quad (1.3)$$

где $h^* = h\sqrt{k_h/k_v}$, $r_w' = 0{,}5\left(1+\sqrt{k_h/k_v}\right)$, h_p – расстояние от скважины до кровли пласта. Для вывода данной формулы авторы воспользовались свойством линейности уравнения пьезопроводности (для системы скважин суммарное возмущение давления определяется как сумма возмущений давлений, создаваемых отдельными скважинами) а также работой [36], где было показано, что для расчета дебита бесконечной галереи скважин одного типа, расположенных на расстоянии a друг от друга, может быть использовано выражение:

$$P(x,y) = \frac{B\mu q}{k_h h}\ln\left[ch\ \frac{2\pi y}{a} - \cos\frac{2\pi x}{a}\right] \quad (1.4)$$

1.2 Разработка нефтяных месторождений горизонтальными скважинами

Бурное развитие технологий добычи нефти, в частности путем горизонтального бурения, обусловило необходимость их учета при проектировании разработки. Ввиду продолжительного использования горизонтальных скважин в разработке нефтяных месторождений, расчеты

продуктивности таких скважин достаточно хорошо изучены и не представляет трудностей.

Расчет дебита горизонтальной скважины на установившемся режиме освещен в трудах таких ученых, как Борисов Ю.П. [49], Табаков В.П. [50], Joshi S.D. [51,52], Giger F.M. [53], G. Renard and J. Dupuy, Economides M.J., Ehlig-Economides C.A. [54,55,56], Полубаринова-Кочина П.Я. [5], Меркулов В.П. [57,58,59], Babu D.K. – Odeh A.S. [60], Butler R.M [61,62], Suprunowicz R. [63] и т.д. [64,65], Алиев З.С. и др. [66,67], Боксерман А.А., Шалимов Б.В. [68],Гильфанов Э.Ф. [69], Бакиров Д.Л., Фаттазов. М.М. [70], Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н. [71,72]. В институте «ТатНИПИнефть» данным вопросом занимались Абдулмазитов Р.Г. [73], Абдрахманов Г.С. [74] Иктисанов В.А. [75],Насыбуллин А.В., Лифантьев А.В., Фазлыев Р.Т. [76], Хисамов Р.С.[77].

Точные аналитические решения задач о притоке жидкости к горизонтальным и многозабойным скважинам в той или иной постановке приводят к довольно сложным, громоздким и иногда не удобным расчетам. Данная задача еще более усложняется при различных системах заводнения.

Уравнение притока к горизонтальной скважине, расположенной в центре однородного изотропного пласта с круговым контуром питания, приведено в работе [49].

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln\frac{4R_к}{L} + \frac{h}{L}\ln\frac{h}{2\pi r_c}} \tag{1.5}$$

Здесь и в следующих формулах k – проницаемость; h – эффективная вы пласта; μ – вязкость флюида; ΔP – перепад между давлением на контуре и забойным; L – длина горизонтального ствола скважины; $R_к$ – радиус круга питания; r_c – радиус скважины.

Так же в работе [49] при таких же условиях, что и в предыдущей формуле на случай n горизонтальных стволов, выходящих из одной точки в центре пласта при равенстве углов между ними, получена формула:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln \frac{\varkappa R_к}{L} + \frac{h}{NL} \ln \frac{h}{2\pi r_c}} \tag{1.6}$$

$\varkappa$ –константа, которая принимает различные значения для различного количества стволов скважин.

В работе [51] рассматривается стационарный приток к ГС с эллиптического контура с большой полуосью a:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln\left(\frac{a + \sqrt{a^2 - (L/a)^2}}{(L/a)}\right) + \frac{\beta h}{L} \ln\left(\frac{\beta h}{2r}\right)} \tag{1.7}$$

где $\beta = \sqrt{k_h/k_v}$ – коэффициент анизотропии проницаемости; k_v – вертикальная проницаемость.

В работе [78] показана формула для дебита горизонтальной скважины в эллиптическом и прямоугольном контурах питания:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\cos^{-1}(X) + \frac{\beta h}{L} \ln\left(\frac{h}{2r'}\right)}$$
$$r' = \frac{r(1+\beta)}{2\beta} \tag{1.8}$$

где $X = 2a/L$ для эллиптического лконтура питания и $X = ch\,(\pi a/2b)/\sin(\pi L/2b)$ для прямоугольного контура питания с большой a и малой b сторонами.

В ТатНИПИнефти получена формула в виде композиции линейного и радиального притоков к горизонтальной скважине [79]:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \Delta P * \tag{1.9}$$

$$* \left\{ \frac{1}{\ln\left(\frac{2\sqrt{2}R_k^2}{r_c\sqrt{\sqrt{L^4+64R^4}-L^2}} - \frac{L}{2r_c}\right)} + \frac{LR_k^2}{\pi\left(\frac{\sqrt{\sqrt{L^4+64R^4}-L^2}}{2\sqrt{2}}\right)^3} \right\}$$

1.3 Комплексный потенциал течения фильтрационного потока в макротрещине

В связи с тем, что большинство нефтяных месторождений Республики Татарстан находятся на поздней стадии разработки наблюдается сложная структура остаточных запасов. Она характеризуется сосредоточением нефти в прикровельной части пласта, зонах с ухудшенными фильтрационно-емкостными свойствами, недренируемых участках. Вовлечение таких запасов в разработку путем создания больших градиентов давления приводит, как правило, к опережающему обводнению скважин за счет образования водяного конуса. Поэтому в данных условиях широко применяется метод горизонтального бурения, позволяющий обеспечить большую зону контакта с пластом, высокую продуктивность скважин и высокие дебиты при небольших депрессиях. Проектирование месторождений с применением вертикальных и горизонтальных скважин влечет необходимость создания систем разработки, а, следовательно, методик расчета производительности этих систем аналитически или численно. Численный расчет реализован в широко применяющихся в отрасли гидродинамических моделях [80]. Однако, применение комплексного потенциала течения для горизонтальных скважин до сих пор актуально. Это позволяет сократить количество вариантов при расчете на гидродинамических моделях. Уравнения притока к одиночной горизонтальной скважине рассматривались многими исследователями [47, 48].

Трещиновато-пористые пласты имеют свойство низкой проницаемости отдельных блоков пород и достаточно высокой проницаемостью разделяющих их системы трещин. При применении площадной системы заводнения в трещиновато-пористых пластах, вода проникает в блоки пород и вытесняет нефть из блоков в трещины. Вытесняющий агент вместе с нефтью по трещинам поступает в эксплуатационные скважины.

Изучение притока к скважине в трещиноватом пласте представляет определенные трудности для ученых, в связи с тем, что фильтрационные свойства таких пластов зависят от проницаемости блоков матрицы породы, и трещин находящихся в межблоковом пространстве. Наличие трещин, каверн и проницаемых пропластков в направлении потока значительно ускоряет скорость фильтрации жидкости [81,82].

В связи с тем, что множество месторождений характеризуются наличием различных неоднородностей пласта, еще в раннем этапе развития нефтяной индустрии для планирования разработки нефтяных месторождений с различными видами неоднородностей были изучены фильтрационно-емкостные свойства таких коллекторов. Значительную часть таких научных трудов, занимают работы посвященные фильтрации в трещиноватых пластах [83,84,85,86,87].

Трудности, описанные выше, а также большое количество трещиноватых месторождений подтолкнуло ученых к более подробному изучению разработки таких месторождений.

В работе [86] рассмотрены гидродинамические методы исследования вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва пласта. А так же выполнено численное моделирование стационарной фильтрации жидкости к скважине с трещиной гидравлического разрыва и произведена оценка фильтрационно-емкостных параметров пласта и трещины гидроразрыва по результатам гидродинамических исследований вертикальных скважин на нестационарных режимах фильтрации.

В работах [88,89] рассмотрена фильтрация в круговом пласте к скважине с эллиптической трещиной бесконечной проницаемости.

В качестве модели горизонтальной скважины можно использовать одиночную трещину бесконечной проницаемости. Соответственно для моделирования горизонтальной скважины можно рассматривать работы, посвященные возмущению фильтрационного потока одиночной трещиной, которая наиболее полно освящена в трудах [90,91].

1.4 Основные предпосылки и уравнения

Изучение свойства фильтрационного потока, исследование притока воды и нефти к скважинам, определение остаточных запасов в случае практической разработки нефтяного месторождения ведут к сложным, а порой и не решаемым гидромеханическим задачам повышенной сложности. Необходимо так же учесть, что часто задачи по изучению фильтрации жидкости даже в случае однородных пластов и жидкости ведут к математическим трудностям, и поэтому до сих пор недостаточно аналитических формул. Для этого практически всегда исходные данные идеализируются для получения аналитической формулы. Для получения желаемого результата есть довольно глубоко изученный раздел гидромеханики, посвященный задачам плоско-параллельных движений жидкости.

В дальнейшем в этой главе будет рассматриваться фильтрация жидкости в бесконечном горизонтальном пласте с однородной структурой постоянной единичной толщиной пласта, пористостью m и проницаемостью κ. Пласт вскрыт параллельно расположенными ячейками добывающих и нагнетательных скважин с одинаковыми дебитами в ячейке и запущенные в разработку одновременно.

В качестве свойств добываемого флюида находящегося в порах пласта предполагаем, что они не смешиваются между собой и не сжимаемы, у них одинаковая плотность γ и вязкость μ. Так же предполагаем, что скважины расположены вертикально и обладают одинаковыми условиями вскрытия пласта. Гравитационные и капиллярные силы не учитываем. Фильтрация подчиняется закону Дарси и режим эксплуатации пласта водонапорный.

Исходя из выше сказанного, фильтрацию жидкости можно описать с помощью уравнения Дарси:

$$\vec{V} = -\frac{\kappa}{\mu} gradP, \tag{1.10}$$

где $\vec{V}$ – вектор скорости фильтрации и уравнения неразрывности жидкости:

$$\frac{\partial \gamma}{\partial t} + div(\gamma V) = 0, \qquad div\vec{V} = 0. \tag{1.11}$$

Уравнение Дарси можно представить в следующем виде:

$$V_x = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, V_y = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \varphi = -\frac{\kappa}{\mu} P, \tag{1.12}$$

V_x, V_y – проекции скорости фильтрации на оси координат.

Векторы скорости фильтрации определяются через функцию тока ψ и потенциал скорости φ. Эти функции можно выразить через соотношение:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x} = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \qquad \frac{\partial \varphi}{\partial y} = -\frac{\partial \psi}{\partial x}. \tag{1.13}$$

В теории функции комплексного переменного [92,93] формулы (1.12) называются условием Коши-Римана. Комплексная функция

$$W(z) = \varphi + i\psi \tag{1.14}$$

по комплексной переменной $z = x + iy$ удовлетворяющая условию (1.13) будет аналитической.

Используя соотношения (1.10) и (1.11) можно вывести следующее уравнение:

$$\frac{\partial^2 P}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 P}{\partial y^2} = 0. \qquad (1.15)$$

Из теории аналитических функций можно сделать вывод о том, что давление $P(x, y)$ всюду удовлетворяет условию (1.15), кроме особых точек – источников и стоков. Отсюда можно сделать вывод о том, что задача исследования течения несжимаемых жидкостей для условий, описанных выше, сводится к поиску гармонической функции.

Известно, что изучение фильтрации несжимаемой жидкости чаще всего сводится к решению задач теории функции комплексного переменного, которая в свою очередь тесно связана с гидродинамикой плоской фильтрации несжимаемых жидкостей [38].

Далее для определения всех основных характеристик фильтрации используют комплексный потенциал течения и исследуют как решение некоторого установившегося течения.

Отсюда можно сделать вывод о том, что исследование течения эквивалентно нахождению его функции комплексного потенциала течения.

Зная распределение и дебиты источников и стоков можно принципиально решить задачу поиска комплексного потенциала. Ввиду того, что нахождение комплексного потенциала сопряжено с большими математическими трудностями, то на практике можно получить конечный результат только у ограниченного количества относительно простых случаев. Чаще всего для решения таких задач используется обратный метод, основанный на использовании готовой математической модели и применении его с соответствующими условиями для поставленной задачи [94].

Для решения поставленных задач поиска комплексного потенциала течения несжимаемой жидкости в бесконечном пласте разрабатываемой

площадной системой заводнения ниже будем пользоваться свойствами эллиптических функций.

1.5 Способы исследования области охвата горизонтальными скважинами

В самом начале разработки нефтяного месторождения оценка площади дренирования пласта скважиной очень важна для определения усредненных значений проницаемости, трещиноватости, запасов углеводородов и планирования разработки нефтегазоносной площади [95].

В нефтяной промышленности существуют множество методов для определения области дренирования скважин [96,97]. Однако, эти методы имеют ряд недостатков. В частности вычисление области дренирования скважин существующими методами требуют более высокоуровневых языков программирования, чем стандартные языки манипулирования данными, включенные в СУБД, а также отсутствуют методы, для вычисления области дренирования горизонтальных скважин. Так же существенным недостатком этих методов является необходимость в наличии информации о накопленной добыче, которая в свою очередь может быть только после длительной эксплуатации в отсутствие соседних скважин.

При определении зоны влияния скважины или ее зоны дренирования на практике принято использовать так называемую “диаграмму Вороного”. Диаграмма Вороного - это конечное множество точек S на плоскости представляющих такую область, при котором каждая точка этого разбиения образует множество точек, наиболее близких к одному из элементов множества S, чем к любому другому элементу множества [98,99,100].

Использование области Вороного при разработке нефтяных месторождений предполагает, что запасы углеводородов будут отобраны

ближайшей к ней скважиной. Если посмотреть на эту методику с геометрической точки зрения, то очевидно, что использование области Вороного является вполне обоснованной. Для проверки этой теории была выбрана гидродинамическая модель идеального пласта, на которой размещено 300 скважин с одинаковыми параметрами, случайными координатами и запускались в одно и то же время.

Области дренирования, рассчитанные через некоторое время разработки и по воронке пластового давления на конец разработки, показали, приемлемую точность для использования в практических целях. Расхождение в целом составило чуть более 10 %. Наибольшие расхождения появились возле границ модели.

Расхождение такого рода объясняется тем, что на границе модели взаимовлияние между различными скважинами снижается, что вызывает некоторые расхождения между диаграммой Вороного и зоной дренирования. В центре месторождения взаимовлияние высокое, поэтому область Вороного имеет большую точность. Также от расстояния между одинаковыми вертикальными скважинами зависит отклонение зон дренирования от области Вороного, более подробно об этом написано в работе [101].

Необходимо так же учесть, что подобные идеальные условия крайне редко встречаются при разработке нефтяных месторождений, поэтому особый научный и практический интерес представляет определение зон дренирования для скважин расположенных на разнородных месторождениях. В примере, приведенном выше, были изменены радиус и скин-фактор. После проведения расчетов были выявлены расхождения между зонами дренирования и областью Вороного, которые составляют более 20 %.

В работе [102] по параметрам керна показана методика расчета с использованием среднестатистического значения областей Вороного и триангуляции Делоне для удаления не корректных областей выборки и

установлена зависимость между пористостью и проницаемостью в рамках допускаемой погрешности.

Современный уровень развития вычислительной математики и информационных технологий с достаточной точностью позволяют интерполировать многомерные табличные функции. Свойства пласта и данные о характеристиках скважин представляют функции такой сложности. При рассмотрении неоднородных и зонально неоднородных месторождений вычисления начинаются с наиболее достоверных участков, которые можно описать относительно простыми функциями, например сплайнами. При применении таких методов часто применяется разбивка месторождения на диаграмму Вороного с помощью триангуляции Делоне. Существуют различные алгоритмы, например, простой алгоритм, алгоритм Форчуна и рекурсивный алгоритм. Нефтенасыщенность, абсолютные отметки подошвы или кровли пластов, проницаемость, пористость, толщина, физиоко-химические свойства и многое другое являются основой для интерполяции. Далее используя один из методов интерполяции можно нарисовать карту неоднородностей с усредненными значениями в каждой из непересекающихся между собой областях [103]. Таким образом, для каждой области Вороного скважины находим локальные усредненные значения основных показателей [104].

Владение информацией о средних значениях пористости, проницаемости, толщины и других физических свойств пласта позволяют рассчитать запасы углеводородов, а так же классифицировать месторождение по категориям типов.

Разработка нефтяных месторождений в условиях основных залежей ПАО «Татнефть» характеризуется разработкой остаточных запасов нефти на поздней стадии добычи. В нефтяной компании накоплен огромный опыт увеличения нефтеотдачи пласта с использованием химических, термических, физических способов добычи нефти. Важнейшей задачей при разработке во вторичном этапе, является увеличение нефти в добываемой

жидкости за счет введения в разработку целиков нефти. Для этого активно используется метод бурения дополнительных горизонтальных и наклонных стволов из вертикальных добывающих скважин (рисунки 1.1, 1.2).

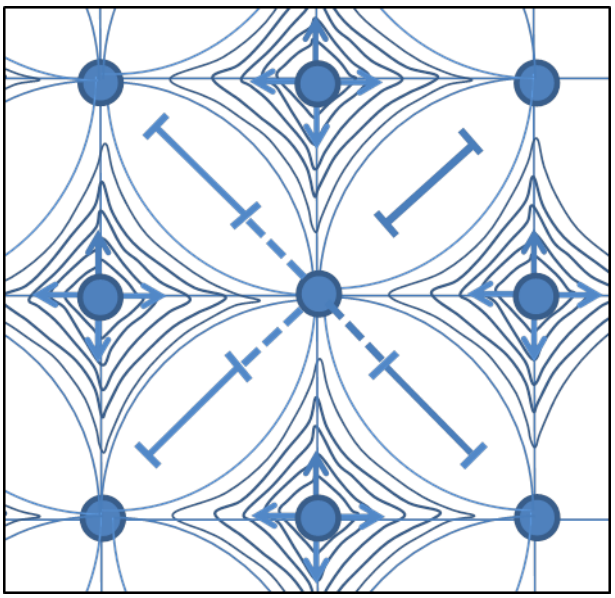

Рисунок 1.1 – Многозабойная горизонтальная скважина в пятиточечной системе для разработки остаточных запасов нефти

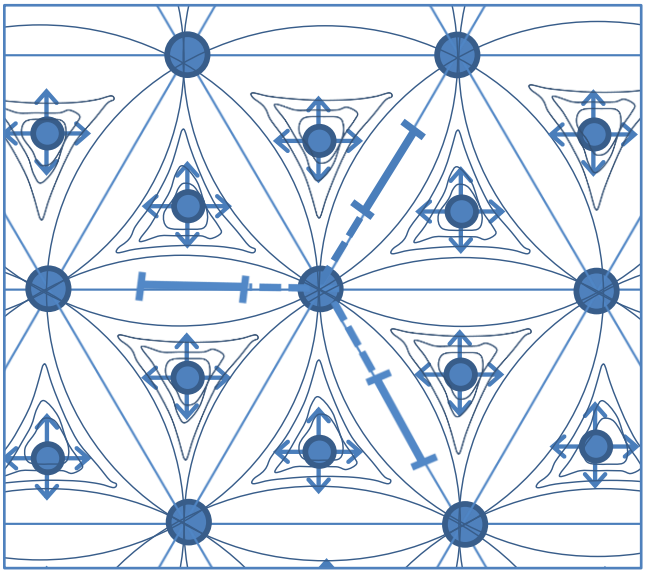

Рисунок 1.2 – Модель трех ствольной горизонтальной скважины в семиточечной системе заводнения

Данный способ разработки основан на разделении в пласте подвижных жидкостей с их плотностями. Так, пластовая нефть под

действием гравитационных сил поднимается в верхнюю часть пласта, в то же время нагнетаемая вода стремиться вниз. Вследствие этого в прикровельной части пласта, в наименее подверженных влиянию нагнетания остаются значительные объемы углеводородов.

Однако при разработке нефтяного месторождения на поздних стадиях таким способом, необходимо учесть, что затраты на бурение горизонтального ствола растут очень быстро и зависят от длины ствола в горизонтальной плоскости.

Побочным положительным эффектом является резкое увеличение зоны дренирования добывающей скважины, что вероятно способно понизить обводненность добываемой жидкости.

При таком методе открытой проблемой остается отсутствие готовых решений для определения области дренирования для горизонтальных скважин. Существующие решения нахождения области Вороного основаны на том, что для расчета этой области используются координаты забоя вертикальной скважины, что вполне справедливо.

Однако горизонтальная скважина на практике может простираться на сотни и даже на тысячи метров, область дренирования таких скважин значительно больше вертикальных.

В то же время ввиду того, что бурение горизонтальных стволов производиться поэтапно, означает, что продолжительное время разработка месторождения может производиться как вертикальными, так и горизонтальными скважинами. Это в свою очередь требует использования универсального метода расчета области Вороного, которая подходит для расчета зон дренирования при разработке месторождения вертикальными, горизонтальными и обоями типами скважин.

Ввиду сказанного выше и оправданного риска не рентабельных вложений, требуется создать новый математический и программный аппарат для определения зон дренирования месторождений при разработке разными типами скважин.

1.6 Выводы к главе 1

Разработка нефтяных месторождений методом нагнетания в пласт воды в условиях роста обводненности добываемой жидкости требует привлечения более современных и улучшенных методов интенсификации добычи нефти. Для увеличения притока нефти к скважине используются дополнительные факторы естественно-геологических и физических условий.

На основе обзора работ современных ученых и их предшественников, обозначены следующие направления исследований в диссертационной работе:

1. Разработка методики определения комплексного потенциала течения совместно с уравнением фильтрации однородной жидкости через прямолинейную макротрещину бесконечной проводимости.
2. Создание методики моделирования элемента заводнения при разработке месторождения ГС и/или ВС.
3. Вывод аналитической формулы для расчета дебитов ГС в площадных системах разработки.
4. Изучение отношения толщины пласта и длины ГС для достижения оптимальных показателей добычи нефти.
5. Совершенствование методов расчета области дренирования для ГС.

2 УРАВНЕНИЕ КОМПЛЕКСНОГО ПОТЕНЦИАЛА ТЕЧЕНИЯ ПЛОЩАДНОЙ СИСТЕМЫ ЗАВОДНЕНИЯ В ТОНКОМ МАКРОТРЕЩИНОВАТОМ ПЛАСТЕ

2.1 Общие сведения о фильтрационном потоке к макротрещине

Рассмотрим задачу фильтрации однородной жидкости в тонком бесконечном пласте, с системой трещин. Фильтрация в такой среде изрезанной бесконечной системой трещин $\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2 + \cdots + \Gamma_n + \cdots$ различной длины и структуры, характеризуется рядом особенностей, экспериментальное и аналитическое решение которых необходимо искать на той же основе как при поиске решения для обычного бесконечного однородного пласта при разработке площадной системой заводнения. Однако, для более глубокого понимания процессов фильтрации в трещиноватом пласте, вначале необходимо решить общую задачу фильтрационного потока в одной макротрещине.

В этом и в следующем разделах приведены основные положения работы [90], по фильтрации несжимаемой жидкости к одной макротрещине, без которых было бы весьма затруднительно излагать дальнейший материал диссертации. Показаны только основные формулы и уравнения, которые непосредственно будут использоваться. За более подробным описанием рекомендуем обратиться к содержанию следующих трудов [85,85,90,105].

В работе [90] принята модель трещины в виде достаточно узкой окрестности непрерывного отрезка Г в качестве точки начала принята A и конец B. Параметрическая точка $M(s)$ находится на оси трещины и определяется с помощью параметрической координаты s. Обходя ось трещины в положительном направлении называется положительным краем, лежащая с лева от Г, отрицательным – лежащая с права.

В качестве условных обозначений принимается длина L трещины Г. Так же, в связи с тем, что трещина Г имеет не однородную ширину разрыва в зависимости от протяженности, примем в качестве разрыва переменную $h(s)$ в зависимости от параметра s. Отсюда можем заключить, что трещина Г – является меняющимся в ширине узким каналом, довольно тонким относительно его протяженности L.

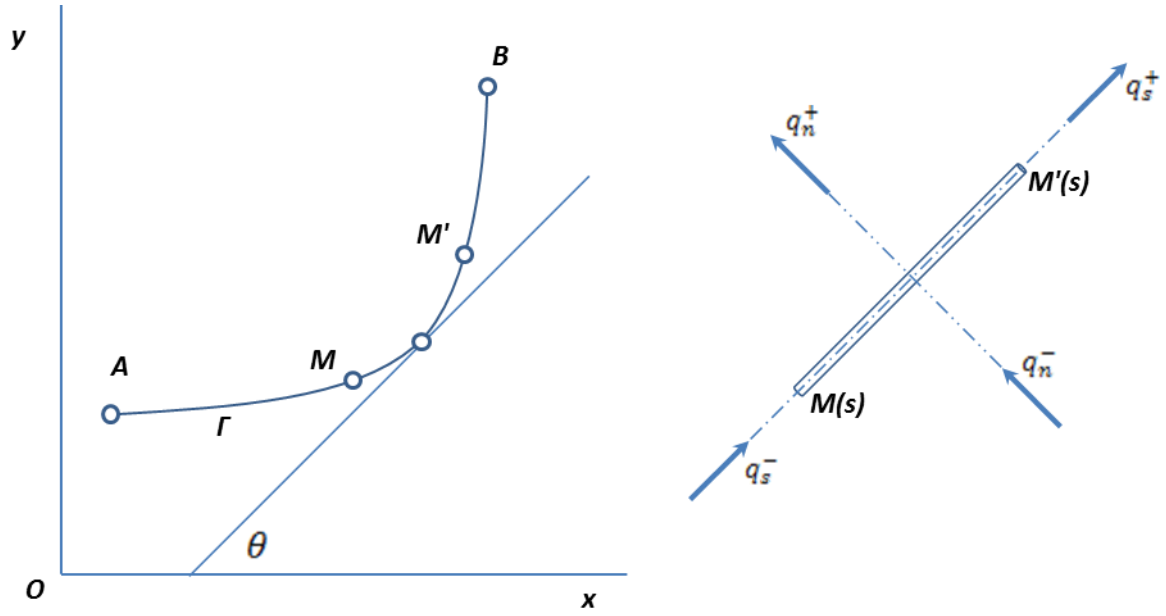

Рисунок 2.1 Фильтрация жидкости в трещине

Следующее свойство для трещины Г является справедливым

$$\delta = \delta(s) = \frac{k_0}{k} h, \tag{2.1}$$

где δ - эффективное раскрытие трещины Г.

Если трещина Г расположена вдоль прямолинейной оси с длиной L (рисунок 2.2.). В этом случае раскрытие h трещины Г будет меняться согласно параболическому закону

$$h = h_0(1 - s^2) \quad (|s| < 1). \tag{2.2}$$

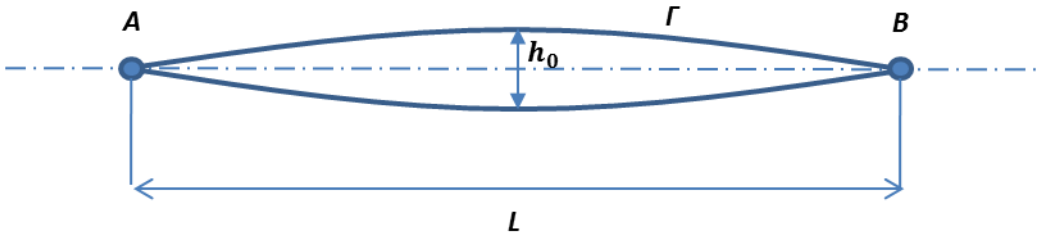

Рисунок 2.2 – Раскрытие трещины

В работе [90] выведено основное функциональное уравнение для функции расхода $\Phi(s)$ в разрезе трещины Г

$$\frac{\Phi(s)}{\delta(s)} = Re\, F'(\zeta)\zeta' + Re\frac{1}{2\pi}\frac{d}{ds}\int\limits_{(\sigma)}\frac{\Phi(\sigma)\zeta'(\sigma)}{\zeta(\sigma)-\zeta(s)}d\sigma, \tag{2.3}$$

где

$$\zeta(\sigma), \zeta(s) \in \Gamma.$$

Предполагая, что что функция расхода жидкости $\Phi(s)$ выражается в виде

$$\Phi(s) = w_0(1-s^2), \tag{2.4}$$

то основное функциональное уравнение выражается в следующем виде

$$\frac{w_0(1-s^2)L}{2\delta(s)} = F'(z)\frac{L}{2}\cos\beta + \frac{w_0}{\pi}\left(s\ln\frac{1+s}{1-s} - 2\right). \tag{2.5}$$

При $s = 0$ и $\delta_0 = \delta(0)$, из соотношения (2.5) получается

$$w_0 = \frac{\delta_0 F'(z)\frac{L}{2}\cos\beta}{\frac{L}{2}+\frac{2}{\pi}\delta_0} \quad \left(\text{при } \beta \neq \frac{\pi}{2}\right). \tag{2.6}$$

Предположив справедливость зависимости (2.13) в рассматриваемом случае устанавливается следующая закономерность между δ_0 и h_0

$$\delta_0 = \frac{h_0^3}{12k}. \tag{2.7}$$

Из (2.6) и (2.7) можно получить следующее

$$w_0 = \frac{h_0^3 F'(z) L \cos\beta}{24k\left[1 + \frac{h_0^3}{(3\pi kL)}\right]}. \quad (2.8)$$

После очевидных преобразований из (2.8) и (2.5) получается величина

$$\delta(s) = \frac{\delta_0(1-s^2)}{1 + \frac{2\delta_0}{\pi L} s \ln\frac{1+s}{1-s}}. \quad (2.9)$$

Окончательно комплексный потенциал $\Phi(z)$ выглядит следующим образом:

$$\Phi(z) = z\left(F'(z) - \frac{w_0}{\pi z_0}\right) + \frac{w_0}{2\pi}\left(1 - \frac{z^2}{z_0^2}\right)\ln\frac{z - z_0}{z + z_0} + const. \quad (2.10)$$

2.2 Фильтрация в прямолинейной трещине

В работе [106] показано, что в случае ламинарного течения вязкой жидкости в трещине с плоскими параллельными краями проницаемость щели равна

$$k_0 = \frac{h^2}{12}. \quad (2.11)$$

Для получения величины эффективного раскрытия трещины для случая ламинарного течения, используя выражения (2.1) и (2.11) и выводится следующее

$$\delta = \frac{h^3}{12k}, \quad (2.12)$$

где трещина Г представлена в виде узкой области с не проницаемыми параллельными границами.

Тогда согласно (2.12) и (2.2) эффективное раскрытие трещины δ представляется в виде

$$\delta = \frac{h_0^3}{12k}(1 - s^2)^3 \quad (|s| < 1). \quad (2.13)$$

Уравнение (2.3) приводится к виду

$$\frac{\Phi(s)}{\delta(s)}\frac{L}{2} = F'(z)\frac{L}{2}\cos\beta + \frac{1}{2\pi}\frac{d}{ds}\int_{-1}^{1}\frac{\Phi(\sigma)}{\sigma - s}d\sigma. \qquad (2.14)$$

Для случая фильтрации однородной жидкости через прямолинейную макротрещину в тонком пласте и когда $\beta = 0$ получается уравнение следующего вида

$$\Phi(z) = z\left(F'(z) - \frac{w_0}{\pi L}\right) + \frac{w_0}{2\pi}\left(1 - \frac{z^2}{L^2}\right)\ln\frac{z - L}{z + L}. \qquad (2.15)$$

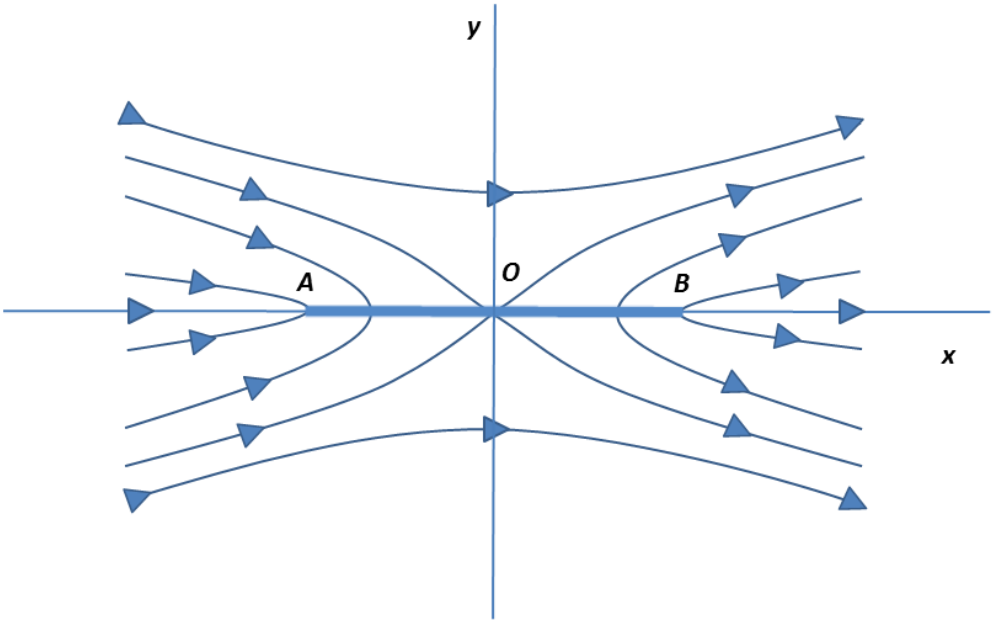

Рисунок 2.3 – Фильтрация жидкости в трещине бесконечной проницаемости

Картина линий тока показана на рисунке 2.3.

2.3 Фильтрация жидкости в площадной системе размещения скважин

В данной главе приведены основные положения работ [48,84,85] в области фильтрации жидкости в площадной системе заводнения с кратким изложением только используемого в дальнейшем материала.

Как было описано в предыдущей главе, плоское движение несжимаемой жидкости тесно связано с теорией функции комплексного потенциала течения. В данной главе используется теория эллиптических функций, которые можно использовать для моделирования площадных систем заводнения. Содержание диссертации не позволяет подробно останавливаться на данном разделе математики, более подробную информацию об эллиптических функциях можно получить в следующих трудах [107,108].

Система расположения добывающих и нагнетательных скважин моделируется как бесконечное число повторяющихся параллелограммов с фиксированным числом скважин. Угол α и стороны параллелограмма одинаковые. Особый интерес представляют площадная система заводнения с прямыми углами $\alpha = 90^{\circ}$, которые и рассматриваются ниже более подробно.

В работе [48] для такого случая показана гидродинамическая модель, представленная как бесконечная плоскость z, разбуренная бесконечным числом добывающих и нагнетательных вертикальных скважин с дебитом q_n:

$$z = z_n + \Omega \tag{2.16}$$

где Ω принимает следующие значения:

$$\begin{gathered} \Omega = 2ja + 2ild \\ i = \sqrt{-1}; j, l = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \end{gathered} \tag{2.17}$$

a, d – действительные числа. Если поместить выбранное множество точек z в декартову систему координат комплексной плоскости, и выбрать прямоугольник со сторонами, равным основному периоду, то согласно теории эллиптических функций, определенное таким образом точечное множество называется фундаментальным параллелограммом, или параллелограммом периодов. Очевидно, в рассматриваемой бесконечной области течения можно выделить прямоугольник со сторонами $2a$ и $2id$,

вскрытой в точках z_n с конечным числом N эксплуатационных и нагнетательных скважин, которые дублируются в других прямоугольниках с периодом $z_n + \Omega$ и бесконечное повторение которого покрывает всю область z со всеми ее особенностями (рисунок 2.4).

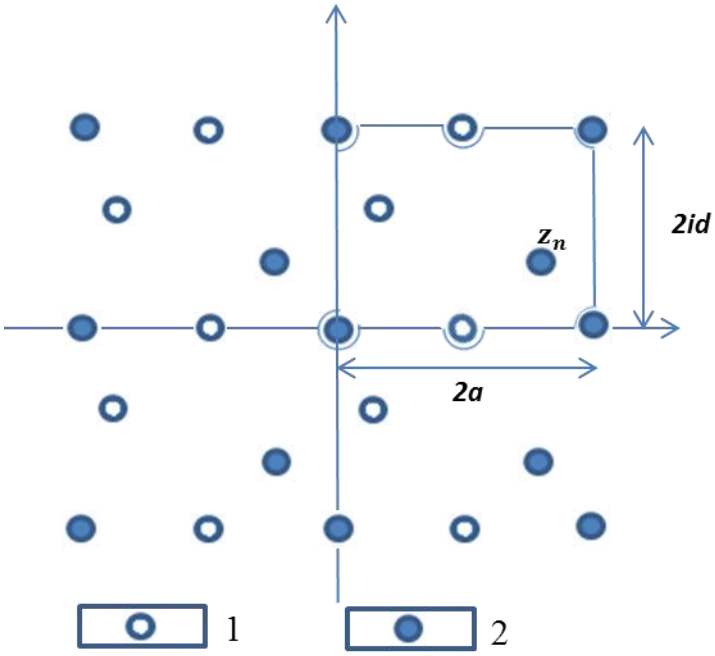

Рисунок 2.4 – Параллелограмм периодов двояко периодического течения жидкости. 1 – нагнетательная скважина; 2 – добывающая скважина

Из рисунка 2.4 видно, что из четырех вершин к прямоугольнику относим только одну вершину c, а из четырех сторон относим только те, которые сходятся в выбранной вершине c. Значения $2w = 2a$ и $2w' = 2id$ распределим между двумя примитивными периодами так, чтобы обход фундаментального параллелограмма, соответствующий порядку вершин

$$c, c + 2w, c + 2w + 2w', c + w'$$

был обходом против часовой стрелки. Для этого необходимо выполнение условия

$$Im\left(\frac{w'}{w}\right) > 0 \qquad (2.18)$$

это условие в рассматриваемом случае выполняется, причем имеют место соотношения $Im\ w = 0, Re\ w' = 0$.

Выбор начальной вершины c основного прямоугольника в системе координат комплексной плоскости произволен, что дает определенные преимущество при выполнении математических расчетов. Чаще всего параллелограмм периодов строится так, чтобы одна из скважин находилась одновременно в начале координат и в точке c.

Любая точка в фундаментальном параллелограмме имеет бесконечное количество других точек сравнимых с ним по модулю периодов. Таким образом, точки образуют сетку на плоскости. Примыкая, друг к другу бесконечные сетки прямоугольников периодов, покрывают всю плоскость.

Из того, что написано выше и рисунка 2.4 можно установить следующие закономерности: не существует отличных по периоду двух различных точек в одном прямоугольнике и координаты любой скважины имеют бесконечно количество дублей, сравнимых по модулю периодов.

Следует отметить, что комплексная сопряженная скорость течения $F'(z)$ при данном расположении скважин представляет из себя эллиптическую функцию, мероморфную и двоякопериодическую с периодом $2w = 2a, 2w' = 2id$. Фильтрация жидкости на данном примере будет двоякопериодической. Функция $F'(z)$ будет аналитической всюду, кроме точек z_n. Также сопряженная комплексная скорость течения будет периодической и иметь логарифмические особенности в точках z_n. Отсюда следует, что $F'(z)$ будет эллиптической с простыми полюсами в точках z_n и главной мероморфной частью будет похожей на $Q/2\pi(z - z_n)$.

Из двоякопериодичности функции фильтрационного потока следует, что достаточно изучить ее характеристики в фундаментальном параллелограмме периодов.

Теория характеристик площадного заводнения полностью основана на введенных К. Вейерштрассом функциях $\sigma(z), \zeta(z), \rho(z)$.

В работе далее приводятся лишь краткая информация об эллиптических функциях, которая совершенно необходима для

дальнейшего изложения теории расчета фильтрационного потока в прямоугольнике периодов площадного заводнения.

Рассмотрим более подробно двоякопериодическую функцию $F'(z)$ с полюсами первого порядка $z_n + \Omega$. Из общей теории эллиптических функций следует, что заданная таким способом функция эквивалентна функции построенной с помощью функции $\zeta(z)$ или используя тэта-функции Якоби. Для вывода аналитического решения наиболее удобны функции, построенные с помощью $\zeta(z)$ и $\sigma(z)$.

Получение комплексного потенциала и его практического использования широко показано в работе [48]. Далее в настоящей главе показаны лишь ключевые уравнения из данной работы, которые непосредственно необходимы для дальнейшего изложения материала.

Из теории эллиптических функций, зная, что двоякопериодическая функция $\zeta(z)$ в параллелограмме периодов имеет простые полюсы в точках z_n с вычетом, равным единице, то мы можем разложить функцию в следующем виде:

$$F' = \sum_{n=1}^{N} \frac{q_n}{2\pi} \zeta(z - z_n) + C. \tag{2.19}$$

Данное разложение представляет формулу Эрмита для выражения эллиптических функций по их главным частям и полюсам в параллелограмме периодов.

Для выполнения условия двоякопериодичности сопряженной комплексной скорости, необходимо выполнение следующего важного условия, которым будем часто пользоваться при дальнейшем изложении материала:

$$\sum_{n=1}^{N} q_n = 0. \tag{2.20}$$

Данное условие обозначает, что объем добываемой жидкости в элементе заводнения, равен объему нагнетаемой жидкости.

Выбрав значение функции F' в любой точке, не совпадающий с ее полюсом, можно определить постоянную C в выражении (2.19). Однако, далее будет показано ее нахождение другим способом.

Следует отметить, что любая эллиптическая функция с полюсами в точках z_n и заданными периодами $2w$ и $2w'$ может отличаться от построенной сопряженной комплексной скорости (2.19) лишь на некоторое постоянное значение.

Интегрируя функцию $F'(z)$ вдоль определенного пути, не проходящего через полюса, получим комплексный потенциал течения. Далее используя соотношения между сигма-функцией Вейерштрасса и $\zeta(z)$ получим следующее

$$\zeta(z) = \frac{\sigma'(z)}{\sigma(z)}. \tag{2.21}$$

Используя соотношение (2.21) и интегрируя (2.19) получается комплексный потенциал течения в прямоугольнике периодов, представленный в следующем виде:

$$F(z) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{N} q_n \ln\sigma(z - z_n) + Cz + D, \tag{2.22}$$

где $D = D_1 + iD_2$ – комплексная постоянная.

Очевидно, что функция (2.22) голоморфна во всей области z, за исключением точек $z = z_n + \Omega_j l$, где она имеет логарифмическую особенность, то есть в данном случае представляет собой добывающую или нагнетательную скважины.

Подытожив полученные расчеты, комплексный потенциал течения в общем случае площадной системы размещения скважин имеет следующий вид:

$$F(z) = \frac{1}{2\pi}\sum_{n=1}^{N} q_n \left[ln\ \sigma(z - z_n) + \left(\frac{\eta}{w} Re\ z_n + i\frac{\eta'}{w'} Im\ z_n\right) z\right] + D. \tag{2.23}$$

Между формулой комплексного потенциала течения и соотношением (2.23) существует некая аналогия, разница состоит в том, что роль $\ln\sigma(z)$ играет выражение $\ln z$. Линейный поток, обеспечивающий двоякопериодичность течения в выражении (2.23) в физическом смысле выглядит в виде второго члена.

Аналитические решение поставленной задачи дает только поверхностный физический смысл поставленной задачи. В свою очередь, имея уравнение комплексного потенциала, есть возможность определить все необходимы характеристики фильтрационного потока. Например, расход жидкости в любом произвольном контуре, давление в любой точке течения, линии тока.

Используя разложение сигма-функции в бесконечное произведение [108]

$$\sigma(z) = e^{\frac{\eta z^2}{2w}}\frac{2w}{\pi}\sin\frac{\pi z}{2w}\prod_{v=1}^{\infty}\frac{1-2\gamma^{2v}\cos\frac{\pi z}{w}+\gamma^{4v}}{(1-\gamma^{2v})^2}, \qquad (2.24)$$

где

$$\gamma = e^{\pi i\tau}, \tau = i\rho = \frac{w'}{w}$$

и отделив из (2.23) действительную и мнимую части можно определить функцию тока и потенциал скорости.

Соотношение (2.24) приводиться к виду:

$$\sigma(z) = Ae^{\frac{\eta z^2}{2w}}\frac{2w}{\pi}\sin\frac{\pi z}{2w}\prod_{v=1}^{\infty}(ch\,2\pi v\rho-\cos\frac{\pi z}{w}), \qquad (2.25)$$

где

$$A = \frac{2w}{\pi}\prod_{v=1}^{\infty}\frac{2\gamma^{2v}}{(1-\gamma^{2v})^2}.$$

Для приведения комплексного потенциала течения в ячеистой системе заводнения к виду, удобному для поиска действительной и мнимой частей воспользовавшись соотношением

$$\eta w' - \eta' w = \frac{1}{2}\pi i$$

и подставив (2.25) в (2.23), получается:

$$F(z) = z\sum_{n=1}^{N}\frac{q_n Im\, z_n}{4ww'} + \sum_{n=1}^{N}\frac{q_n}{2\pi}\ln\sin\frac{\pi(z-z_n)}{2w} + A + D, \qquad (2.26)$$

где

$$A = \sum_{n=1}^{N}\frac{q_n}{2\pi}\sum_{v=1}^{\infty}\ln\left[ch\ 2\pi v\rho - \cos\frac{\pi(z-z_n)}{w}\right].$$

Очевидно, что в выражении (2.26) следующая сумма является мнимой постоянной величиной

$$\sum_{n=1}^{N}\frac{q_n Im\, z_n}{4ww'} = -i\sum_{n=1}^{N}\frac{q_n Im\, z_n}{4ad} = iC'.$$

После разложения из преобразованного комплексного потенциала течения (2.26) выводится потенциал скорости

$$\varphi = \sum_{n=1}^{N}\frac{q_n}{4\pi}\ln(A) + \sum_{n=1}^{N}\frac{q_n}{4\pi}\sum_{v=1}^{\infty}\ln(B+C) - 2aC'v/\pi + D_1, \qquad (2.27)$$

где

$$A = ch\ 2(v - v_n) - \cos 2(u - u_n)$$

$$B = [ch\ 2\pi v\rho - \cos 2(u - u_n)\ \ ch\ 2(v - v_n)]^2$$

$$C = \sin^2 2(u - u_n)\, sh^2\ 2(v - v_n).$$

Далее для получения комплексного потенциала с тэта-функциями Якоби воспользовавшись соотношением между сигма- и тэта-функциями

$$\sigma(z) = 2w\frac{\vartheta_1(\frac{\pi z}{2w})}{\vartheta_1'(0)}\exp\left(\frac{\eta z^2}{2w}\right),$$

где

$$\vartheta_1(z) = 2\gamma^{\frac{1}{4}}\sin\pi z\prod_{v=1}^{\infty}(1 - 2\gamma^{2v}\cos 2\pi z + \gamma^{4v})(1 - \gamma^{2v}), \qquad (2.28)$$

выводиться преобразованное выражение комплексного потенциала течения в следующем виде:

$$F(z) = \sum_{n=1}^{N} \frac{q_n}{2\pi} \ln \vartheta_1 \frac{\pi(z - z_n)}{2a} + iC'z + D. \quad (2.29)$$

В работе [48] используя разложение тэта-функции $\vartheta_1(z)$ в бесконечное произведение [109]:

$$\vartheta_1(z) = C_0 \gamma^{\frac{1}{4}} \frac{z - z^{-1}}{i} \prod_{v=1}^{\infty} (1 - \gamma^{2v} z^2)(1 - \gamma^{2v} z^{-2}), \quad (2.30)$$

где

$$z = \exp(\pi i v); \gamma = \exp\left(-\frac{\pi d}{a}\right); C_0 = \prod_{v=1}^{\infty} (1 - \gamma^{2v})$$

комплексный потенциал течения жидкости при площадном заводнении представляется в следующем виде, удобном для проведения дальнейших исследований

$$F(z) = \sum_{n=1}^{N} \frac{q_n}{2\pi} \left[\ln \sin \frac{\pi(z - z_n)}{2a} + \sum_{v=1}^{\infty} \ln\{\gamma_{nv} \tau_{nv}\} \right] + Cz + D, \quad (2.31)$$

где

$$\gamma_{nv} = 1 - \gamma^{2v} \exp\left[\frac{\pi i (z - z_n)}{a}\right]$$

$$\tau_{nv} = 1 - \gamma^{2v} \exp\left[-\frac{\pi i (z - z_n)}{a}\right]$$

$$\gamma = \exp\left(-\frac{\pi d}{a}\right)$$

$$C = \frac{-i \sum_{n=1}^{N} q_n Im\, z_n}{4ad}.$$

Приведенное уравнение комплексного потенциала течения позволяет определить давление в любой точке элемента заводнения.

2.4 Вывод комплексного потенциала течения с одной горизонтальной скважиной в пятиточечной системе заводнения

Для моделирования горизонтальной скважины используются модель макротрещины описанная в главах 2.1 и 2.2, с прямолинейными границами

$$h = h_0 = const \tag{2.32}$$

постоянной бесконечной проницаемости и эффективного раскрытия трещин

$$\delta = \delta(s) = \infty. \tag{2.33}$$

Согласно [83] комплексный потенциал в трещиноватом пласте представляется в виде сумм невозмущенного потока $F(z)$ и функции возмущения $\Phi(z)$, вносимое трещинами в фильтрационный поток:

$$W(z) = F(z) + \Phi(z). \tag{2.34}$$

Подставив уравнение комплексного потенциала течения (2.31) в уравнение фильтрации однородной жидкости через прямолинейную макротрещину (2.10) аналогично (2.34) можно получить комплексный потенциал течения площадной системы заводнения с конечным числом горизонтальных скважин.

В качестве примера в диссертации разработан комплексный потенциал течения для пятиточечной системы заводнения с одной горизонтальной скважиной (рисунок 2.5).

Приняв угол $\beta = 0$ полученное уравнение можно представить в следующем виде [110,111]:

$$W(z) = F(z) - \frac{2w_0 z}{\pi L} + \frac{w_0}{2\pi}\left(\left(1 - \left(\frac{2z}{L}\right)^2\right) \ln \frac{\left(z - \frac{L}{2}\right)}{\left(z + \frac{L}{2}\right)}\right), \tag{2.35}$$

где

$$w_0 = \frac{\pi Re\left(F'(r)\right)}{2},$$

и $F(z)$ берется из уравнения (2.31).

Используя уравнения, приведенные ниже можно найти давление в любой точке месторождения:

$$W(z) = \varphi + i\psi$$
$$\varphi = -\frac{kP}{\mu} \tag{2.36}$$

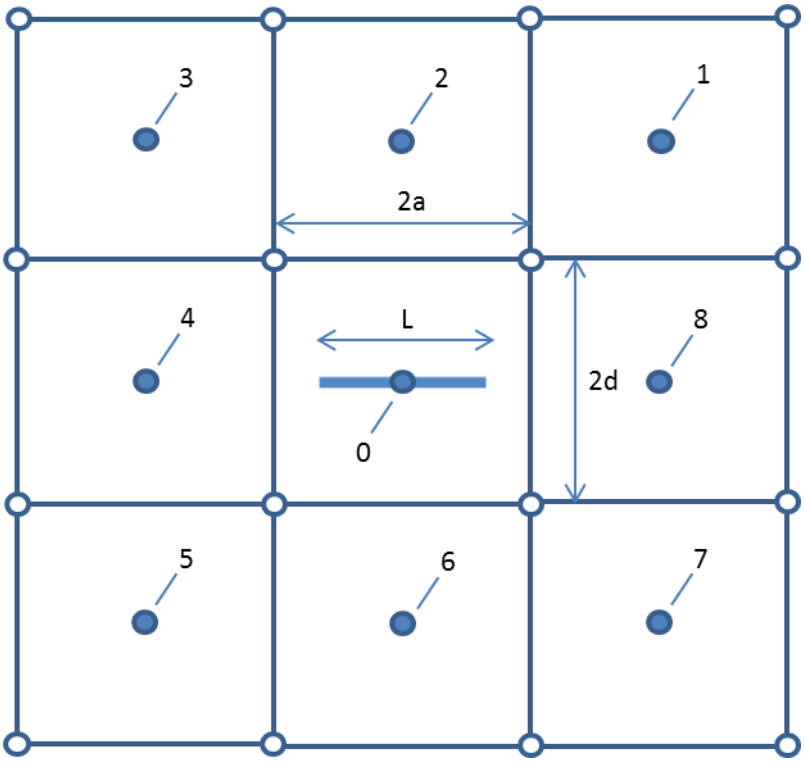

Рисунок 2.5 – Горизонтальная скважина в пятиточечной системе

Для определения дебита используется разница в давлениях между добывающей скважиной с № 0 и ближайшей нагнетательной скважиной к ней (рисунок 2.5). Очевидно, что такие вычисления представляет определенные трудности, поэтому автором разработан программный модуль на языке MatLab (Приложение А) и получено свидетельство [112].

Сравним результаты расчетов формулы (1.1) для пятиточечной системы площадного заводнения, уравнение (2.31) и уравнение (2.35). Требуется определить дебит добывающей скважины, если известно, что забойное давление добывающих скважин - 9 МПа, нагнетательных - 11

МПа, вязкость - 5 мПа*с, проницаемость – $100*10^{-3}$ мкм^2, радиусы скважин - 0,05 м, стороны элемента заводнения - 150 м, длина горизонтальной скважины - 150 м. Подставив соответствующие значения в выражения, находим, что формула (1.1) дает следующий результат 178,48 м^3/сут; для уравнения (2.31) 178,44 м^3/сут; для уравнения (2.35) 189,17 м^3/сут.

2.5 Выводы к главе 2

Используя методику определения комплексного потенциала течения совместно с уравнением фильтрации однородной жидкости через прямолинейную макротрещину бесконечной проводимости, получено решение общей задачи регулярного и не регулярного размещения горизонтальных скважин в площадной системе заводнения.

Пример, представленный в главе имитируют продуктивность единичной горизонтальной скважины в пятиточечном элементе заводнения.

3 ДЕБИТ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЫ В ПЯТИТОЧЕЧНОМ ЭЛЕМЕНТЕ ЗАВОДНЕНИЯ

3.1 Гидродинамический расчет характеристик фильтрационного потока при площадном заводнении

При известном распределении давления, заданных давлениях на забое скважин P и известном радиусе r можно составить систему алгебраических уравнений для определения дебита скважин, или наоборот, при известных дебитах – для определения давления на забоях скважин. При этом от математического источника (стока) переходим к совершенной скважине с эффективным радиусом r. Указанный переход вполне возможен, так как вблизи источника (стока) эквипотенциальные линии с большой точностью совпадают с концентрическими окружностями даже в случае не радиального течения.

При составлении системы алгебраических уравнений, используя теорему о среднем для гармонических функций: значение гармонической функции в центре окружности равно среднему арифметическому значению этой функции на окружности, то есть равно интегралу от значений функции в какой-либо точке окружности.

В работе [48] показано, что подставив в выражение (2.29) аффикс какой-либо точки z_{rj} окружности радиуса r с центром в точке z_j будем иметь N алгебраических уравнений

$$P_j = -\frac{\mu}{\kappa}\left[\frac{q_j}{2\pi}\ln\left|\vartheta_1\frac{\pi\left(z_{rj}-z_j\right)}{2a}\right| + A - C'y_j\right] + D_1, \qquad (3.1)$$

где

$$A = \sum_{n=1}^{N}\frac{q_n}{2\pi}\ln\left|\vartheta_1\frac{\pi\left(z_j-z_n\right)}{2a}\right|,$$

$$j = 1, 2, \dots, N, P = -\frac{\mu}{\kappa}\varphi,$$

z_{rj} – аффикс какой-либо точки окружности радиуса r с центром в точке z_j. В общем виде, при N скважинах в параллелограмме периодов и буквенном значении a и d не представляется возможным оценить быстроту сходимости бесконечной суммы, определяющей тэта-функцию в системе (3.1). В конкретных задачах при заданных значениях a d и требуемой точности расчетов это легко сделать. Так как сходимость рядов тэта-функций чрезвычайно быстрая, то в расчетах по формулам (2.29) и (3.1) можно обеспечить большую точность весьма ограниченным числом членов ряда.

3.2 Дебиты скважин

Для определения дебита добывающих скважин при известном забойном давлении воспользуемся теоремами из статьи [46]:

Теорема 1. Объемный расход Q несжимаемой жидкости, фильтрующейся внутрь произвольного замкнутого контура Г, проведенного в область фильтрации, на единицу мощности пласта, определяется контурным интегралом

$$Q = -Im \oint \frac{W(z)}{dz} dz \tag{3.2}$$

Теорема 2. Среднее значение потенциала скорости φ_0 на произвольном круговом контуре $\Gamma(|z - z_0| = r)$ радиусом r с центром в точке z_0, проведенном в области фильтрации через точки аналитически комплексного потенциала $F(z)$, определяется контурным интегралом

$$\varphi_0 = Re \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{W(z)}{z - z_0} dz \tag{3.3}$$

В работе [48] показано, что выполнив контурное интегрирование (2.31) на основе (3.3) при заданных средних значениях давления на контурах скважин P_j ($j = \overline{1,\ N}$) получается следующее уравнение:

$$-\frac{2\pi k}{\mu}P_j = q_j\left[\ln\frac{\pi r}{2a} + 2\sum_{v=1}^{\infty}\ln(1-h^{2v})\right] + A' + E + 2\pi D, \qquad (3.4)$$

$$A = \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N} Q_n\left\{A1 - \ln 2 + \sum_{v=1}^{\infty}\ln[A2 + A3]\right\}$$

$$A1 = \ln\left[ch\ \frac{\pi(y_j - y_n)}{a} - \cos\frac{\pi(x_j - x_n)}{a}\right]$$

$$A2 = \left(1 + h^{4v} - 2h^{2v}\cos\frac{\pi(x_j - x_n)}{a}ch\ \frac{y_j - y_n}{a}\right)^2$$

$$A3 = 4h^{4v}\cos^2\frac{\pi(x_j - x_n)}{a}ch^2\ \frac{y_j - y_n}{a}$$

$$E = \frac{\pi y_j}{2ad}\sum_{n=1}^{N} Q_n y_n.$$

Знак штрих ($'$) у Σ означает пропуск члена суммы с индексом $j = n$.

Учитывая, что в условиях реальных месторождений расстояние между скважинами на много больше радиуса скважин, есть возможность упростить систему (3.4). Разложив $ch\ x$ и $\cos x$ в бесконечную сумму [113], можно получить:

$$\ln\left[ch\ \frac{\pi(y_{rj} - y_j)}{a} - \cos\frac{\pi(x_{rj} - x_j)}{a}\right] \le$$

$$\le \ln\left[1 + \frac{\pi^2(x_{rj} - x_j)^2}{2!\,a^2} - 1 + \frac{\pi^2(y_{rj} - y_j)^2}{2!\,a^2}\right] \le$$

$$\le 2\ln\frac{\pi r}{\sqrt{2}a}.$$

В расчетах по системе уравнений (3.4) можно обеспечить большую точность при весьма ограниченном числе членов бесконечного ряда, так как его сходимость чрезвычайно быстрая. В работе [48] был приведен

пример для девятиточечной системы площадного заводнения где было показано что в расчетах по уравнению (3.4) без учета суммы бесконечного ряда обеспечивается точность вычислений равной примерно 0,16%. Поэтому пренебрегая этим выражением уравнение (3.4) в работе [48] было перезаписано в следующем виде:

$$-\frac{2\pi k P_j}{\mu} = q_j \ln\frac{\pi r}{2a} + A' + \frac{\pi y_j}{2ad}\sum_{n=1}^{N} q_n y_n + 2\pi D, j = \overline{1,N}, \qquad (3.5)$$

$$A' = \sum_{n=1}^{N} \frac{q_n}{2}\left\{\ln\left[ch\ \frac{\pi(y_j - y_n)}{a} - \cos\frac{\pi(x_j - x_n)}{a}\right] - \ln 2\right\}.$$

Показанные результаты о фильтрационном потоке в площадной системе заводнения очевидно, позволяют получить бесконечное число размещений. Ниже приводятся лишь некоторые, показанные в книге [48].

Общий случай линейной системы выглядит как чередование в элементе заводнения ряда добывающих скважин с рядом нагнетательных (рисунок 3.1).

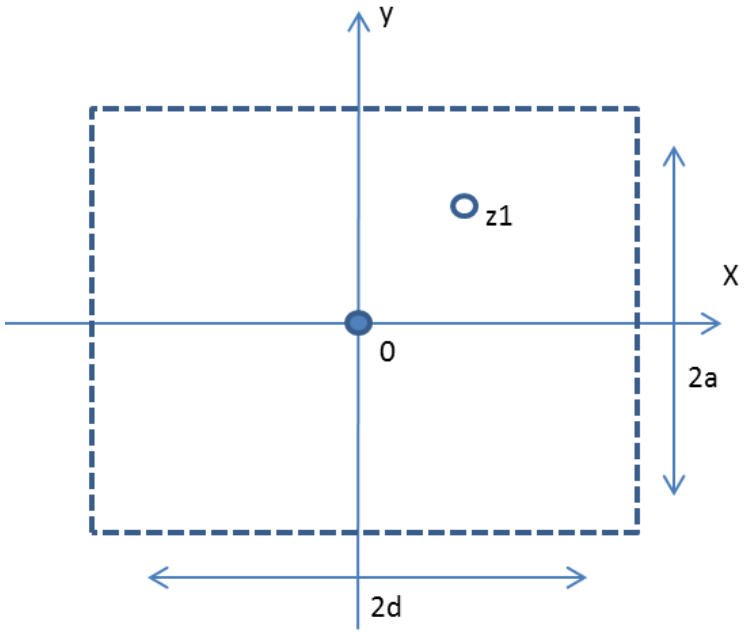

Рисунок 3.1 – Общий случай линейной системы площадного заводнения

Для решения этой задачи используется выражение (3.1), после очевидных преобразований в работе [48] выведена следующая формула для расчета дебита с единичной толщиной пласта:

$$Q = \frac{\pi k}{\mu} \frac{P_1 - P_2}{\ln \left| \frac{\vartheta_1\left(\frac{\pi b}{2a}\right)}{\vartheta_1\left(\frac{\pi r}{2a}\right)} \right| - \frac{\pi b_2^2}{4ad}} \tag{3.6}$$

Размещение скважин в системе с шахматным размещением или по другому в пятиточечной системе, добывающая скважина расположена в точке $z = w'$ и нагнетательная в точке $z = w$ (рисунок 3.2). Дебиты добывающей и нагнетательной скважин соответственно равны $-q$ и q.

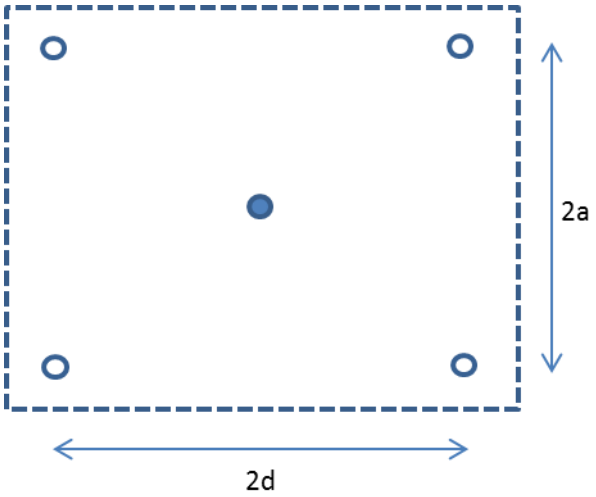

Рисунок 3.2 – Пятиточечная система заводнения

Решая задачу аналогично предыдущей находим, что комплексный потенциал рассматриваемого течения выглядит следующим образом:

$$F(z) = \frac{q}{2\pi} \ln \frac{\sigma(z - w)}{\sigma(z - w')} + Cz + D, \tag{3.7}$$

где

$$C = \frac{q(\eta + \eta')}{2\pi}.$$

Применив аналогичные преобразования из (3.7) в работе [48] получена следующая формула для расчета дебита горизонтальной скважины:

$$Q = \frac{\pi k}{\mu} \frac{P_1 - P_2}{\ln \frac{a}{r} + 2\frac{\pi d}{4a} - 1{,}1442 + A}, \tag{3.8}$$

где

$$A = -2 \ln \prod_{v=1}^{\infty} (1 - B^{4v})^2,$$

$$B = \exp\left(-\frac{\pi d}{a}\right).$$

Полученная формула была введена Р.Т. Фазлыевым без приближенных значений, что позволяет оценить погрешность формул М.Маскета, Ю.П. Борисова и др.

Формула М. Маскета выглядит следующим образом:

$$Q = \frac{2\pi k}{\mu} \frac{P_1 - P_2}{\ln \frac{ch^4 \frac{\pi d}{2a} ch^3 \frac{3\pi d}{2a}}{sh^2 \frac{\pi r}{2a} sh^4 \frac{\pi d}{a} sh \frac{2\pi d}{a}}} \tag{3.9}$$

Для случая, когда $d = a$ формула (3.9) принимает следующий вид:

$$Q = \frac{\pi k}{\mu} \frac{P_1 - P_2}{\ln \frac{c}{r} - 0{,}6188} \tag{3.10}$$

здесь $c = \sqrt{a}$.

3.3 Алгоритм расчета давления горизонтальной скважины

В этом разделе приводится краткое описание алгоритма расчета давления горизонтальной скважины. Для более подробного изучения можно посмотреть труды [49,114].

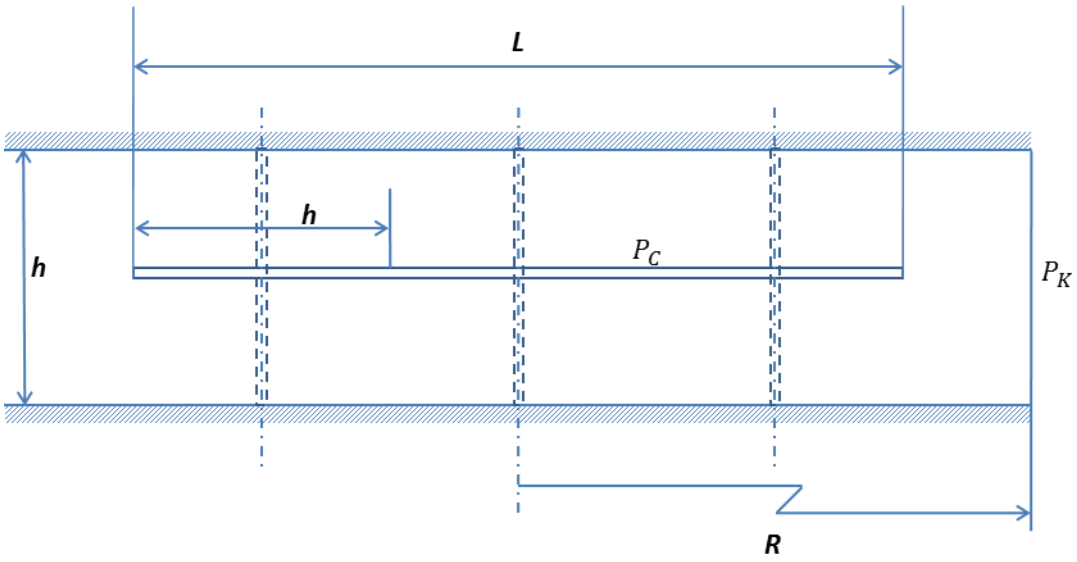

Рисунок 3.3 – Модель горизонтальной скважины

В работе [49] было предложено моделировать горизонтальные скважины как вертикальные, расположенные вдоль пути горизонтальной скважины, вскрывшие пласт на полную толщину и с расстоянием между ними, равным толщине пласта. Таким образом, вместо одной горизонтальной скважины получали $[L/h\,]$ вертикальных скважин (рисунок 3.3), сумма дебитов которых и равнялась дебиту горизонтальной скважины.

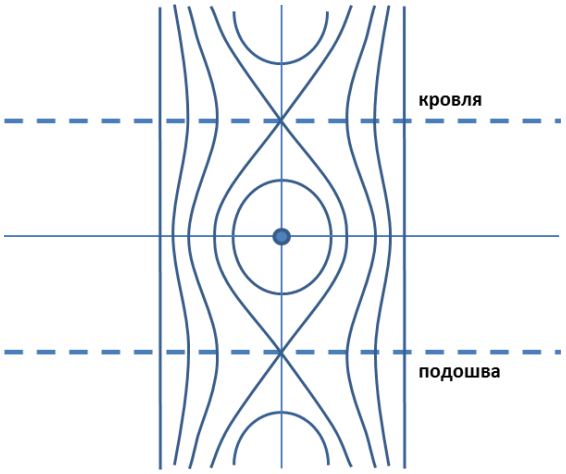

Рисунок 3.4 – Линии равного потенциала для основных плоских типов потока к ГС в вертикальной плоскости к точечному стоку в полосе с непроницаемыми кровлей и подошвой для $k_h = k_v$

В диссертации [114] для определения давления горизонтальных скважин использовался прием, согласно [61,115]. Таким образом, исходная задача приводится к решению двух плоских задач: течению жидкости к стоку, представляющему собой искривленную вертикальную трещину в горизонтальной плоскости [116] и к притоку жидкости к точечному стоку с непроницаемыми подошвой и кровлей в вертикальной плоскости (рисунок 3.4).

В работе [114] рассчитав суммарную продуктивность многоствольной горизонтальной скважины №8249 и применив принцип суперпозиции на практических расчетах было показано, что для условий ПАО «Татнефть» по длине ствола горизонтальной скважины потери на давление менее сотых долей МПа (рисунок 3.5).

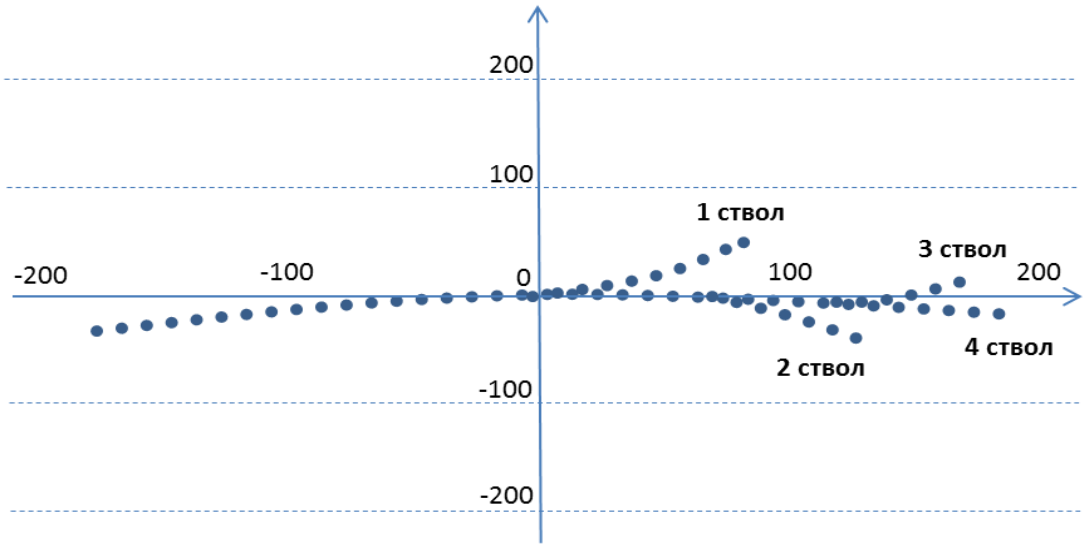

Рисунок 3.5 – Моделирование в горизонтальной плоскости траектории четырехствольной скважины №8249 набором узлов

Таким образом, для условий, описанных выше, можно сделать вывод, что в узлах мнимых вертикальных скважин (рисунок 3.3) давление будет одинаковым, и будет равна давлению в горизонтальной скважине:

$$P_i = P_{\text{скв}} \qquad (3.11)$$

3.4 Описание установившегося притока жидкости к горизонтальной скважине

В пятиточечной системе представив горизонтальную скважину как вертикальные скважины с расстоянием между ними, равным толщине пласта и подставив соответствующие значения в систему уравнений (3.1), получим следующую систему уравнений:

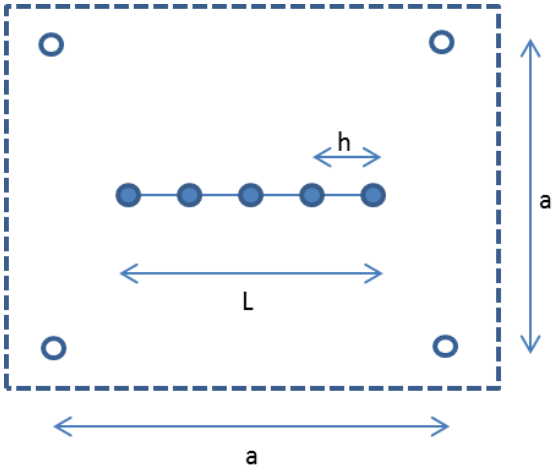

Рисунок 3.6 – Горизонтальная скважина в пятиточечной системе

$$
\begin{cases}
-\dfrac{2\pi k P_0}{\mu} = Q_0 \ln\dfrac{\pi r}{a} - \\
-\sum\limits_{n=1}^{N}{}' \dfrac{Q_n}{2}\left\{\ln\left[ch\,\pi - \cos\dfrac{-2\pi\left(\dfrac{a-L}{2}+\dfrac{h}{2}+h(n-1)\right)}{a}\right] - \ln 2\right\} + 2\pi D \\
\ldots \\
-\dfrac{2\pi k P_j}{\mu} = -Q_j \ln\dfrac{\pi r}{a} - \\
-\sum\limits_{n=1}^{N}{}' \dfrac{Q_n}{2}\left\{\ln\left[ch\,0 - \cos\dfrac{2\pi h(j-n)}{a}\right] - \ln 2\right\} + \\
+\dfrac{Q_0}{2}\left\{\ln\left[ch\,\pi - \cos\dfrac{2\pi\left(\dfrac{a-L}{2}+\dfrac{h}{2}+h(n-1)\right)}{a}\right] - \ln 2\right\} - \dfrac{\pi}{2}Q_0 + 2\pi D
\end{cases}
$$

где $j = \overline{1,N}, N = [L/h]$.

Данная система отражает закономерность между мнимыми вертикальными скважинами добывающей СГО и с одной из четырех ближайших нагнетательных скважин [117,118,119,120,121].

Используя (3.11) можно принять давление в условных точках мнимых вертикальных скважин P_j одинаковыми и равной $P_г$, а также из (2.20) сумму дебитов мнимых скважин можно принять равной объему нагнетаемой жидкости в элементе заводнения, отняв от первого уравнения системы сумму всех остальных уравнений и выполнив очевидные упрощения, получим следующую формулу:

$$Q = \frac{2\pi kh}{\mu} \frac{\Delta P}{\frac{h+L}{L}\ln\frac{a}{\pi r} - B + C - \frac{\ln 2}{2L}h - 2{,}2779}, \qquad (3.12)$$

где

$$B = \frac{h^2}{2L^2}\ln\prod_{\substack{j=1\\n=1\\j\neq n}}^{N}\left(1-\cos\frac{2\pi h(j-n)}{a}\right),$$

$$C = \frac{h}{L}\ln\prod_{n=1}^{N}\left(11{,}5919-\cos\frac{\pi(h(2n-1)-L)}{a}\right),$$

$$N = \left[\frac{L}{h}\right],$$

$L \geq h.$

В качестве проверки рассмотрим сравнение результатов следующих формул дебита (1.1), (3.8) и (3.12). Для расчетов воспользуемся следующими данными: давление добывающей скважины равна 10 МПа, давление для нагнетательной скважины равняется 35 МПа, вязкость 5 мПа*с, проницаемость $100*10^{-3}$ мкм^2, радиус добывающих и нагнетательных скважин 0,05 м, стороны квадрата площадного заводнения 300 м, толщина пласта 15 м, длина горизонтальной скважины меняется от 15 м до 300 м. Подставив соответствующие значения в выражения,

находим, что формула (1.1) дает следующий результат 19,33 $м^3/сут$; для формулы (3.8) 19,53 $м^3/сут$; для формулы (3.12) дебит меняется от 20,07 $м^3/сут$ до 37,14 $м^3/сут$ в зависимости от длины горизонтальной скважины (рисунок 3.7).

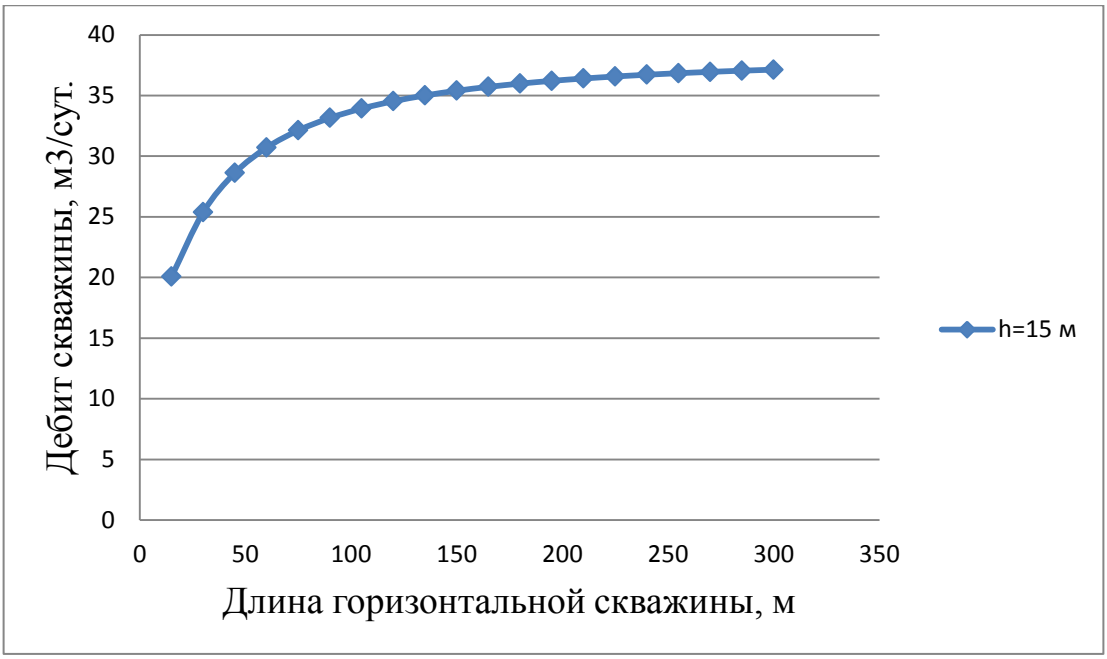

Рисунок 3.7 – Дебит горизонтальной скважины

Сравним результаты расчётов по аналитической формуле с результатами гидродинамического моделирования.

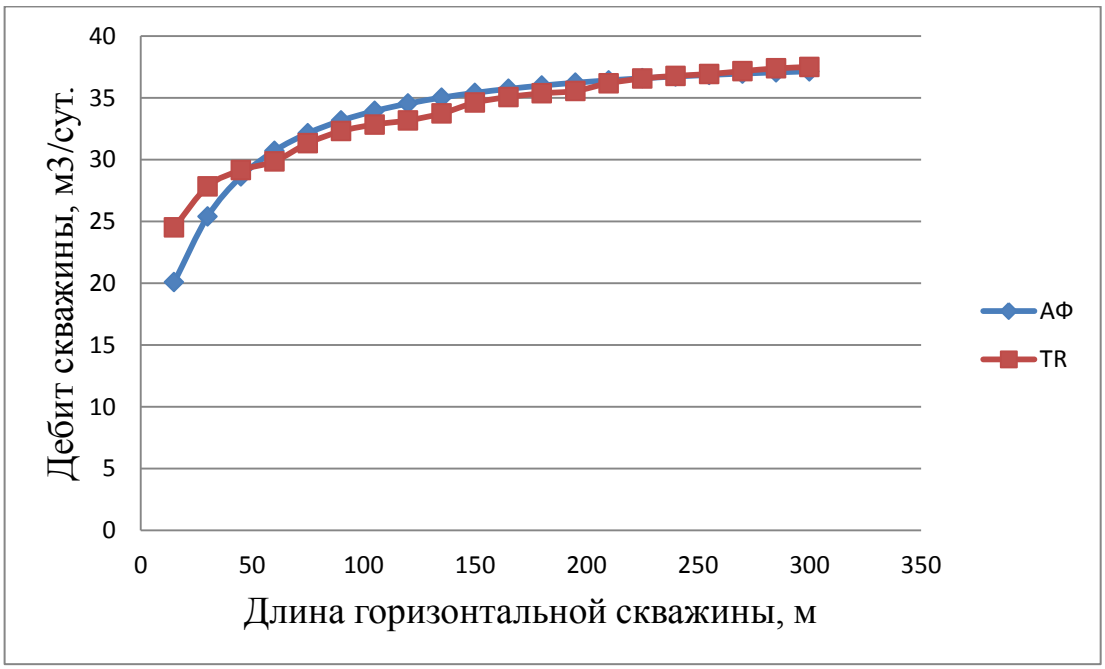

Рисунок 3.8 – Оценка дебита горизонтальной скважины по аналитической формуле и с результатами гидродинамического моделирования

На рисунке 3.8 показаны графики изменения дебита горизонтальной скважины в зависимости от длины горизонтальной части скважины по аналитической формуле и по результатам гидродинамического моделирования. Для гидродинамического моделирования использовался программный продукт Tempest ResView. Данный рисунок подтверждает приемлемое совпадение полученных результатов.

Из рисунка 3.7 видно, что наиболее оптимальным в плане дебита для примера, представленного выше, является длина горизонтальной скважины равной примерно 100 метрам из 300 возможных, после которого рост дебита скважины резко снижается. В то же время в момент планирования строительства горизонтальной скважины необходимо учесть, что при удлинении ствола горизонтальной скважины зона охвата не разрабатываемой части пласта очевидно растет, несмотря на то, что дебит будет оставаться постоянным. Таким образом, удлинение горизонтальной скважины может привести к уменьшению обводненности добываемой жидкости.

В следующей главе более подробно рассмотрим различные зависимости дебита горизонтальной скважины от внешних факторов.

3.5 Анализ дебита горизонтальной скважины в пятиточечной системе заводнения

Ввиду больших затрат на бурение и освоение горизонтальных скважин при проектировании и мониторинге разработки выработанных месторождений, требуется тщательная оценка рентабельности планируемых мероприятий.

Для исследования влияния длины горизонтальной скважины на ее дебит в пластах различной толщины в площадной системе заводнения рассмотрим различные соотношения дебита горизонтальной и

вертикальной скважин в зависимости от изменяющейся длины горизонтальной скважины. В данном примере будут построены несколько графиков для разных толщин пласта. Чтобы унифицировать полученные результаты и для простоты сравнения пример оформим как в предыдущей главе.

Давление добывающей скважины 9 МПа, нагнетательной скважины 11 МПа, вязкость 5 мПа*с, проницаемость $100*10^{-3}$ мкм^2, радиус скважин 0,05 м, стороны квадрата площадного заводнения 300 м, толщина пласта 15 м и 20 м, длина горизонтальной скважины меняется от 15 м до 300 м.

Дебит горизонтальной скважины для толщины пласта 20 м очевидно больше (рисунок 3.9). Просматривая кривые для разных толщин пласта очевидно можно заключить, что прослеживается некая разница в изменении роста дебита, закономерность, которая в данном рисунке не прослеживается.

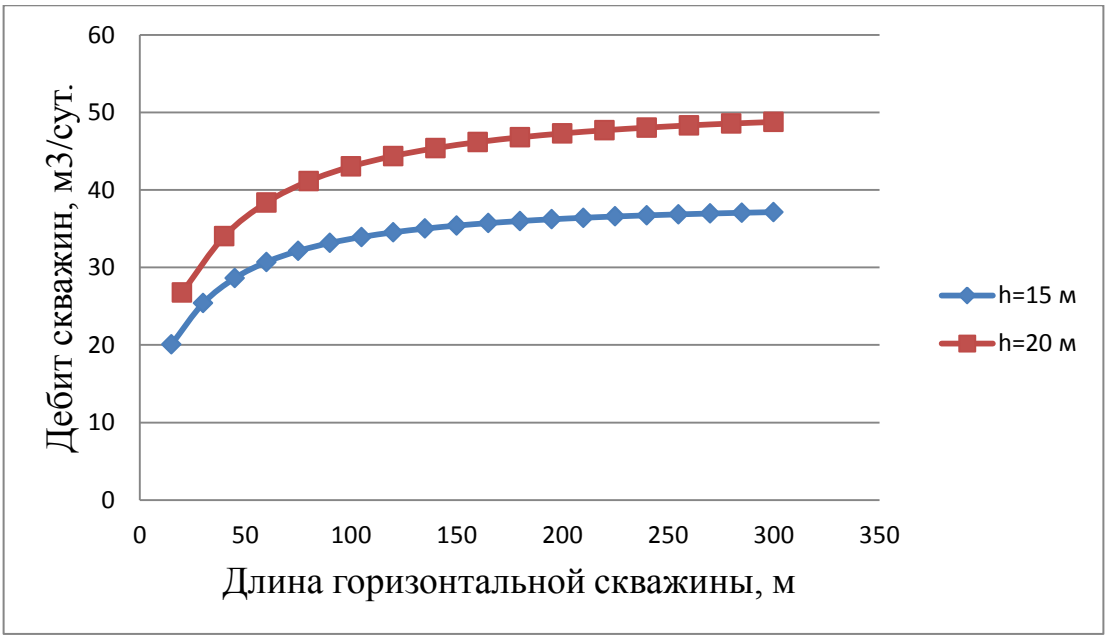

Рисунок 3.9 – Изменение дебита горизонтальной скважины в зависимости от толщины пласта и длины горизонтальной скважины

Перестроим график таким образом, чтобы в качестве горизонтальной оси было отношение длины горизонтальной части к толщине пласта, а в

качестве вертикальной оси – дебит горизонтальной скважины к вертикальной (рисунок 3.10).

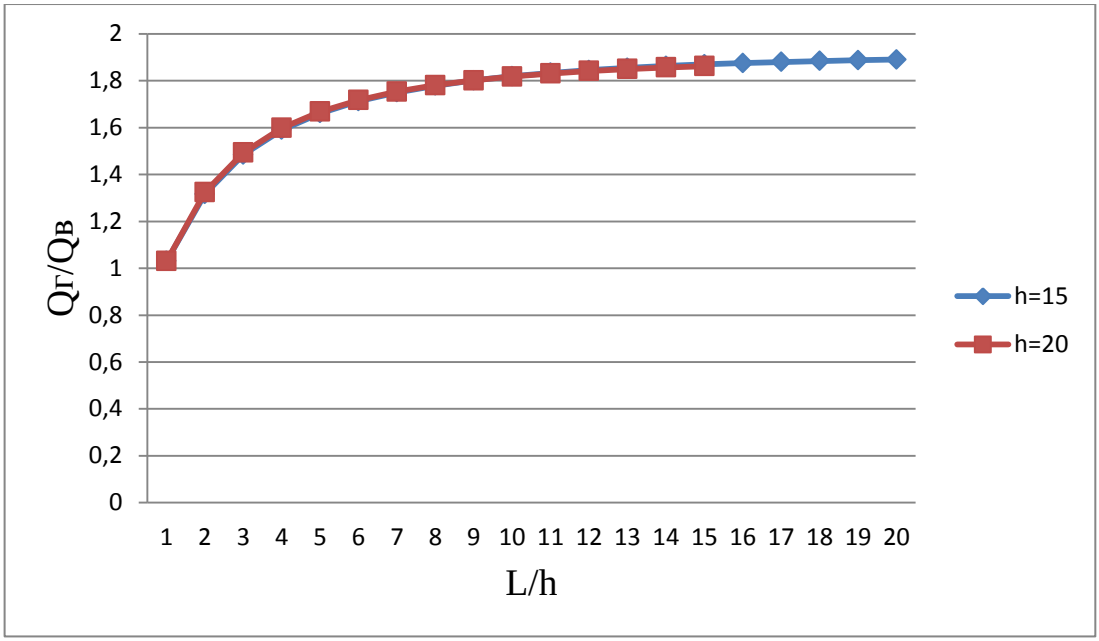

Рисунок 3.10 –Отношения дебита горизонтальной скважины к вертикальной в зависимости от толщины пласта и длины горизонтальной скважины

Результаты расчетов показывают, что они полностью совпадают до определенного шага. Длина кривой для пласта большей толщины быстрее обрывается, что вполне очевидно ввиду меньшего количества шагов. Очевидно, длина кривой для толщины пласта 20 м растет быстрее, чем для толщины пласта 15 м. Учитывая это можно сделать важное заключение, что быстрый рост дебита для горизонтальной скважины в пластах большей толщины сохраняется дольше по пути удлинения горизонтальной части в продуктивной части пласта.

Для пластов большей толщины удлинение горизонтальной скважины будет вдвойне выгодно. Дольше сохраняется рост дебита в элементе заводнения по мере удлинения горизонтальной части добывающей скважины и увеличивается область охвата добывающей скважины в мало подверженных эффекту заводнения областях площади, что как было сказано в предыдущей главе, способно уменьшить обводненность добываемого флюида.

3.6 Обобщение полученных формул к другим типам размещения скважин в площадной системе заводнения

Очевидно, что общее решение поставленной задачи позволяет получить формулы при любом местоположении вертикальных скважин площадных систем как при зарезке боковых горизонтальных стволов из вертикальных добывающих скважин, так и при бурении многозабойных горизонтальных скважин [122]. Ввиду сложности полученных формул они не будут представлены в текущей работе. Однако современный уровень развития информационно-вычислительных машин позволяют вычислить дебит скважины без получения конечной аналитической формулы. Ниже показаны некоторые варианты бурения дополнительных горизонтальных стволов:

1. Многоствольные горизонтальные скважины в пятиточечном элементе системы заводнения с четырех ствольной добывающей горизонтальной скважиной.

Вывод координат мнимых вертикальных скважин и расчет дебита для таких случаев вполне очевиден.

2. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными скважинами, дренирующими только целики нефти на примере пяти- и семи- точечной систем.

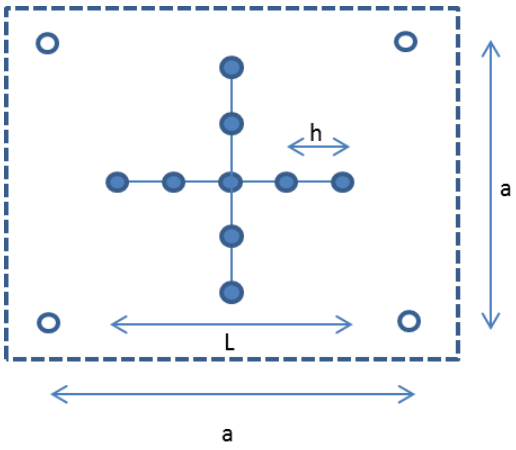

Рисунок 3.11 – Многозабойная горизонтальная скважина в пятиточечной системе

Сотрудниками института «ТатНИПИнефть» активно ведутся работы по увеличению нефтеотдачи путем планирования бурения многозабойных горизонтальных скважин для пятиточечной и семиточечной систем на поздних стадиях разработки. На рисунках 1.1 и 1.2 можно увидеть, что значительная часть при площадном заводнении не охвачена вытеснением. Для извлечения не выработанных запасов нефти предлагается использовать многозабойную горизонтальную скважину. Пунктиром показаны участки ствола скважины, расположенные выше продуктивной части пласта, сплошными отрезками – участки в продуктивном пласте.

На рисунке 3.12 показан параллелограмм периодов для семиточечной системы заводнения, из которой легко получить координаты мнимых вертикальных скважин при разработке целиков нефти. Применив разработки приведенные выше и современную вычислительную технику можно вычислить дебит многозабойной горизонтальной скважины.

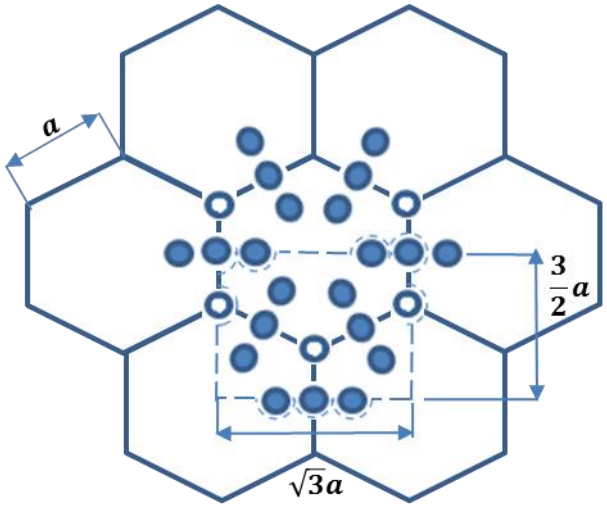

Рисунок 3.12 – Выделение параллелограмма периодов для семиточечной системы

Изучая параллелограмм периодов получим следующее соотношение:

$$2q_0 = 3{,}5\sum_{n=1}^{N} q_n.$$

Учитывая $N = [L/h]$, где L – длины горизонтальных скважины расположенных в целиках нефти, h - толщина пласта, координаты нагнетательных и мнимых добывающих скважин в параллелограмме периодов будет выглядеть следующим образом:

$$q_n: \left(-\frac{L}{2} + nh, -\frac{a}{2}\right)\ n \in [0, N]$$

$$q_n: \left(-\frac{1}{2}\sqrt{\left(-\frac{L}{2} + nh\right)^2 + \frac{a^2}{4}}, \frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\left(-\frac{L}{2} + nh\right)^2 + \frac{a^2}{4}}\right)\ n \in [0, N]$$

$$q_n: \left(-\frac{1}{2}\sqrt{\left(-\frac{L}{2} + nh\right)^2 + \frac{a^2}{4}}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\sqrt{\left(-\frac{L}{2} + nh\right)^2 + \frac{a^2}{4}}\right)\ n \in [0, N]$$

$$q_n: \left(\frac{\sqrt{3}a}{2} - \frac{L}{2} + nh, \frac{3a}{2}\right)\ n \in \left[0, \frac{N}{2}\right]$$

$$q_0: (0, 0)$$

$$q_0: \left(\frac{\sqrt{3}a}{2}, \frac{a}{2}\right)$$

3. Модель добывающий горизонтальной скважины в пятиточечной системе заводнения после проведения ГРП

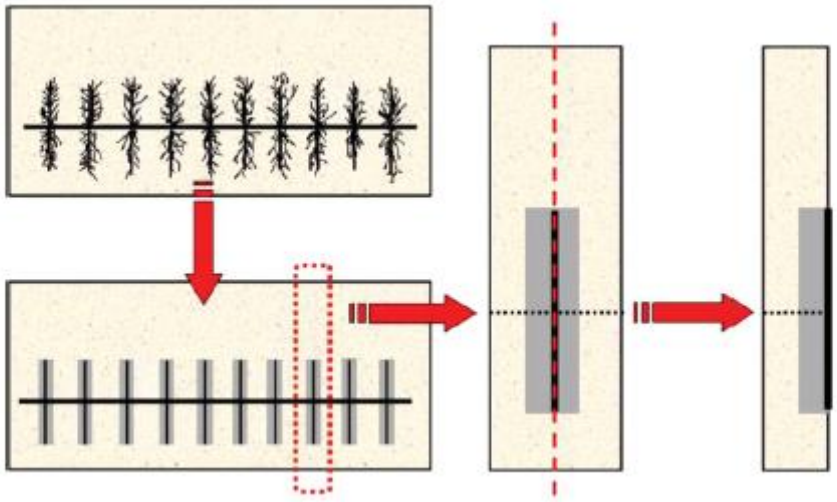

Рисунок 3.13 – Идеализация и упрощение физической модели

В работе [123] приведена физическая модель, которая используется как основа для разрабатываемой математической модели (рисунок 3.13). В качестве исходных данных берется угол пересечения α ствола скважины и длина трещины сверху вниз равной Δ. Трещины будем моделировать как горизонтальные скважины равной длины.

Координаты мнимых вертикальных скважин до поворота на угол α будут следующими:

$$r = -\frac{\Delta}{2} + h(k-1); K = \left[\frac{\Delta}{h}\right]; k \in (1, K),$$

где K – количество мнимых вертикальных скважин (рисунок 3.14).

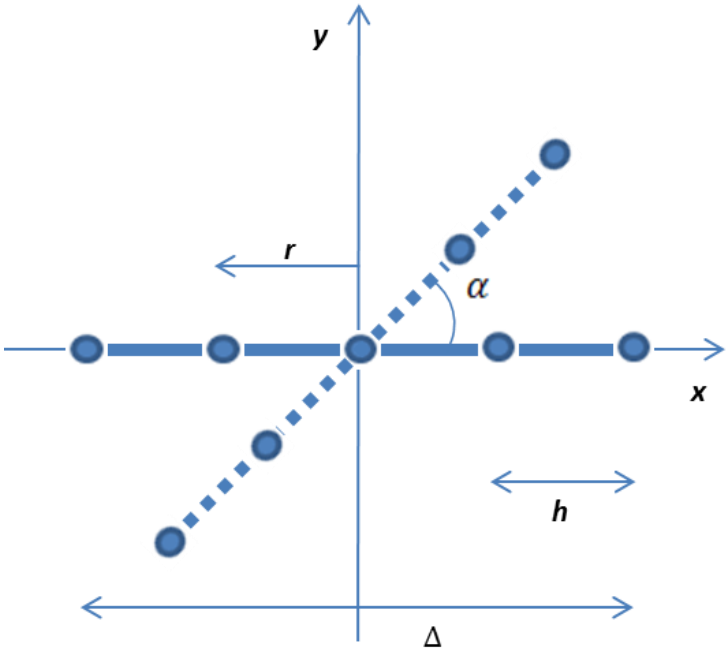

Рисунок 3.14 – Представление мнимых скважин в полярных координатах

Используя алгоритмы составления полярных координат, легко можно вывести, после поворота на угол α, следующую зависимость:

$$\left(\left(-\frac{\Delta}{2} + h(k-1)\right)\cos\alpha, \left(-\frac{\Delta}{2} + h(k-1)\right)\sin\alpha\right).$$

Перенеся полученный результат на горизонтальную скважину в пятиточечной системе получается следующая система мнимых вертикальных скважин (рисунок 3.15):

(X, Y),

$$X = \left(-\frac{\Delta}{2} + h(k-1)\right)\cos\alpha + \left(a - \frac{L}{2}\right) + \Delta(n-1),$$

$$Y = \left(-\frac{\Delta}{2} + h(k-1)\right)\sin\alpha + a,$$

$$N = \left[\frac{L}{\Delta}\right]; n \in (1, N),$$

где N – количество трещин.

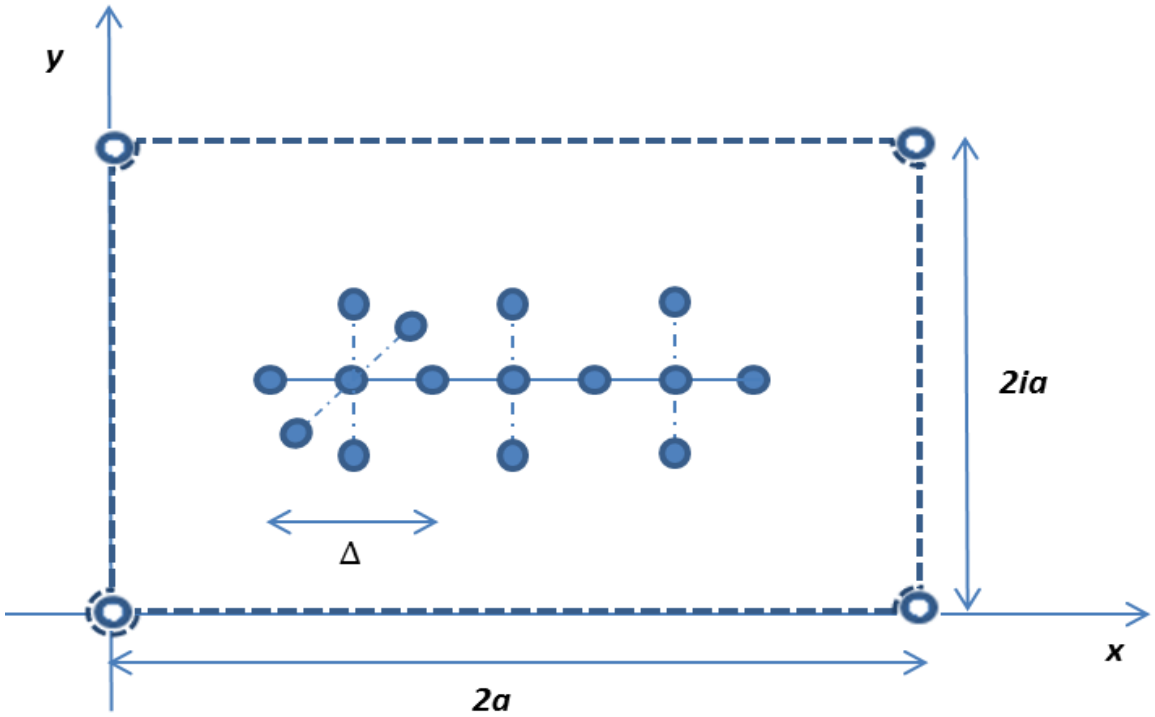

Рисунок 3.15 – Модель трещин в пятиточечной системе

В качестве примера посчитаем дебит горизонтальной скважины для модели, представленной выше (рисунок 3.15). Для удобства сравнения полученных результатов основные показатели модели выбираются как в примере из раздела 3.4.

Длина горизонтальной скважины 270 м, длина трещины 30 м, толщина пласта 15 м, стороны квадрата площадного заводнения 300 м, угол пересечения трещины с отрезком горизонтальной скважины равен 90

градусам, забойное давление в добывающей скважине 9 МПа, в нагнетательной скважине 11 МПа, вязкость 5 мПа*с, проницаемость $100*10^{-3}$ мкм^2, радиус скважин 0,05 м.

Для вычисления дебита для предложенного примера воспользуемся уравнением (3.5). Очевидно, решение таких задач довольно затруднительно, поэтому автором диссертации разработана программа на языке MatLab для расчета предложенной модели (Приложение Б) и получено свидетельство [124]. Результат расчетов дает показатель равный 166,94 м^3/сут. Дебит для тех же данных без трещин в элементе заводнения по формуле (3.12) дает показатель равный 36,95 м^3/сут.

Таким образом, прирост дебита горизонтальной скважины в элементе заводнения после проведения операции ГРП согласно выше предложенной модели составит 4,52 раза.

Данный пример наглядно показывает, что предложенная методика расчета дебита может быть использована для площадного заводнения с любым расположением горизонтальных и вертикальных скважин в параллелограмме периодов. Далее в главе 3.7 приведено сравнение дебитов по полученной схеме расчетов с фактическими данными.

3.7 Апробация результатов на Коробковском участке Бавлинского месторождения

Для подтверждения правильности выбранного направления исследований сравним полученные результаты с фактическими дебитами скважин. Если учитывать, что обязательным условием для использования является равномерный параллелограмм заводнения, то наиболее приемлемым для апробации является Коробковский участок Бавлинского месторождения, где в качестве элемента разработки используется модифицированный пятиточечный элемент заводнения (рисунок 3.16).

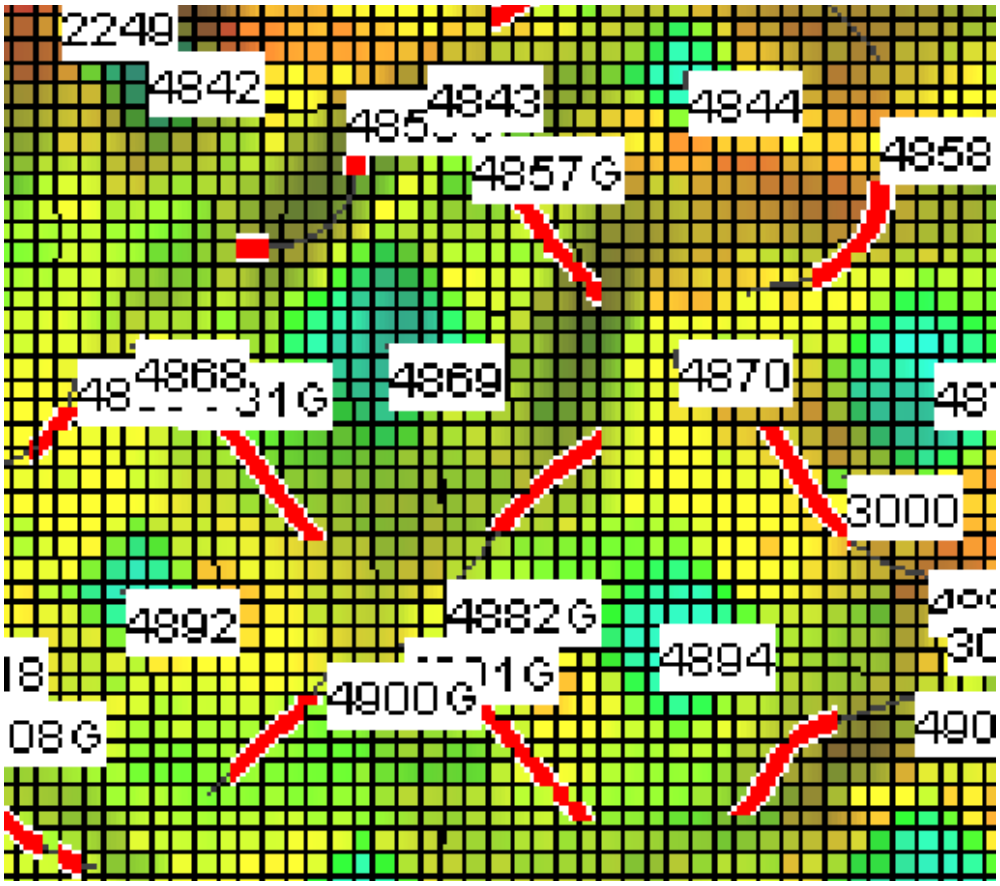

Рисунок 3.16 – Пятиточечный элемент заводнения в Коробковском участке Бавлинского месторождения

После сдвига элемента заводнения на начало координат получим следующие координаты мнимых добывающих скважин

$$q_n: \left(\frac{2 * a - L + h * (2 * n - 1)}{2}, 0 \right) \; n \in [0, N],$$

$$q_n: \left(0, \frac{2 * a - L + h * (2 * n - 1)}{2} \right) \; n \in [0, N]$$

и одной нагнетательной скважины равной

$q_0: (a, a)$,

где элемент заводнения равен $2 * a$, все остальные обозначения остаются прежними.

Пластовая жидкость Коробковского участка характеризуется как недонасыщенная нефть. Ниже приведены характеристики продуктивных пластов данного месторождения (Таблица).

Таблица 1 - Геолого-физическая характеристика продуктивных пластов

Параметры	Продуктивные пласты
	Кизеловский
Средняя глубина залегания кровли, м	1240
Тип залежи ВС	пластовый
НС	массивно-слоистый
Тип коллектора	порово-трещинный
Площадь нефтегазоносности, тыс.м^2	47760
Средняя общая толщина, м	21,9
Средняя эффективная нефтенасыщенная толщина, м	8,5
Средняя эффективная водонасыщенная толщина, м	8,3
Пористость, %	11,6
Коэффициент нефтенасыщенности ЧНЗ, доли ед.	-
Коэффициент нефтенасыщенности ВНЗ, доли ед.	-
Коэффициент нефтенасыщенности пласта, доли ед.	0,64
Проницаемость, 10^{-3}мкм^2	47
Коэффициент песчанистости, доли ед.	0,435
Расчлененность, ед.	1,425
Начальная пластовая температура, ^{0}С	25
Начальное пластовое давление, МПа	11,5
Вязкость нефти в пластовых условиях, мПа·с	20,8
Плотность нефти в пластовых условиях, т/м^3	0,8725
Молярная масса пластовой нефти, г/моль	210,3
Плотность нефти в поверхностных условиях, т/м^3	0,893
Молярная масса дегазированной нефти, г/моль	230,1
Абсолютная отметка ГНК, м	-
Абсолютная отметка ВНК, м	-988
Объемный коэффициент нефти, доли ед.	1,0523
Содержание серы в нефти, %	3,4

Содержание парафина в нефти, %	1,78
Давление насыщения нефти газом, МПа	3,27
Газовый фактор, $м^3/т$	20,1
Содержание сероводорода, % моль	0,25
Вязкость воды в пластовых условиях, мПа·с	1,69
Плотность воды в пластовых условиях, $т/м^3$	1,163
Коэффициент вытеснения, доли ед.	0.475

Относительные фазовые проницаемости Коробковского месторождения Бавлинского месторождения приведены на рисунке 3.17.

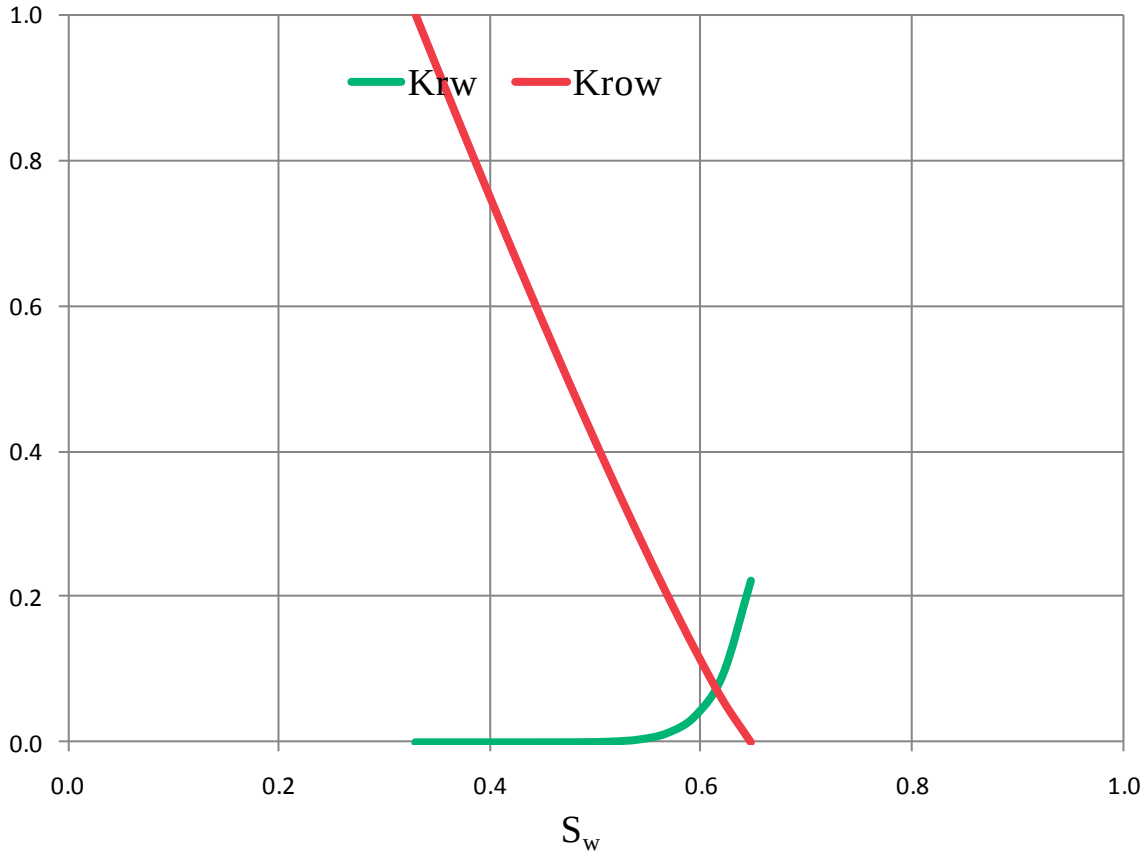

Рисунок 3.17 – Относительные фазовые проницаемости

Для чистоты исследований выбрано по одной скважине из наиболее геометрически ровных элементов заводнения и в связи с тем, что на каждую скважину при такой методике разработки наиболее интенсивно воздействуют две нагнетательные скважины, расчетные результаты для

горизонтальных скважин, с учетом объемного коэффициента равного $B = 1.13$, представлены в виде двух результатов для различных нагнетательных скважин (рисунок 3.18).

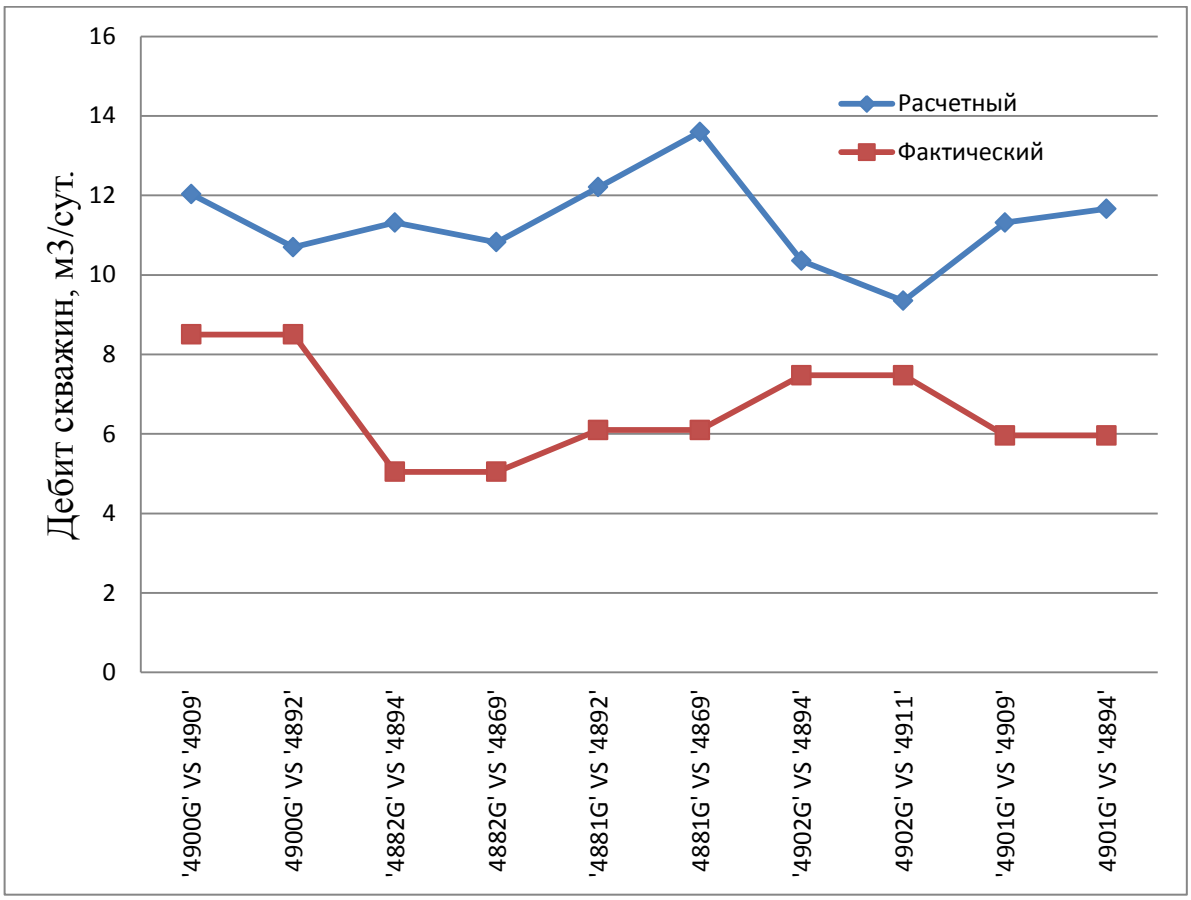

Рисунок 3.18 – Фактические и расчетные дебиты скважин Коробковского участка Бавлинского месторождения

Для упрощения расчетов при сравнении фактических данных с результатами аналитических формул, как правило, параметры пласта берутся как усредненные значения неоднородного пласта [125].

Из рисунка 3.18 видно, что расчетные дебиты сильно завышаются относительно фактических данных. Согласно исследованиям в работе [126], дебиты в однородной среде завышаются в связи с усреднением параметров неоднородного пласта.

В трудах [79,126,127] показаны подробные формулы учета неоднородности проницаемости:

$$q = q_0(1 - \lambda), \tag{3.13}$$

где q – дебит неоднородного пласта; q_0 – дебит соответствующего однородного пласта; λ – безразмерное смещение дебита.

$$\lambda = \frac{1}{2}\left[1 - \varphi\left(\frac{l}{a}\right)\right]v^2, \tag{3.14}$$

где l – длина потока; a – ширина потока; v – коэффициент вариации проницаемости. В работе [126] исследованы различные фильтрационные потоки, приводятся формулы расчета для функции $\varphi(l/a)$.

Используя эти исследования и применив для условий разработки Коробковского участка получим, что $q = 0.51 * q_0$. Используя этот факт, получаем приемлемое совпадение расчетных и фактических дебитов горизонтальных скважин в элементе заводнения (рисунок 3.19).

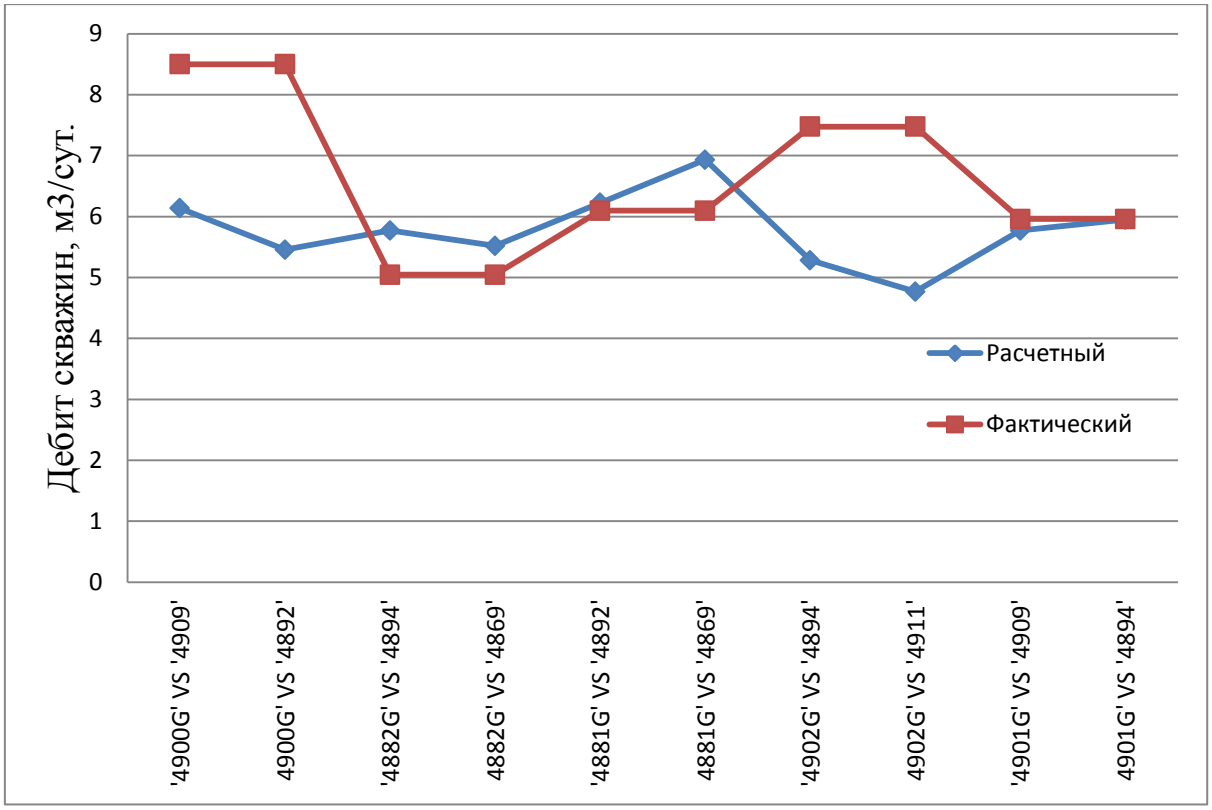

Рисунок 3.19 – Фактические и расчетные дебиты скважин Коробковского участка Бавлинского месторождения после учета неоднородности по проницаемости

При продолжительной разработке месторождения вторым фактором, влияющим на дебит скважины в сравнении расчетными, является

определение эффективной вязкости добываемого флюида, который, как известно существенно изменяется в зависимости от водонасыщенности пласта. Для учета данной изменчивости вязкости жидкости в работе [128] показана формула расчета эффективной вязкости:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{K_{\text{н}}}{\mu_{\text{н}}} + \frac{K_{\text{в}}}{\mu_{\text{в}}}, \tag{3.15}$$

где μ – эквивалентная вязкость жидкости; $\mu_{\text{н}}$ – вязкость нефти; $\mu_{\text{в}}$ – вязкость воды; $K_{\text{н}}$ – относительная фазовая проницаемость нефти; $K_{\text{в}}$ – относительная фазовая проницаемость воды.

График формулы (3.15) представлен на рисунке 3.20.

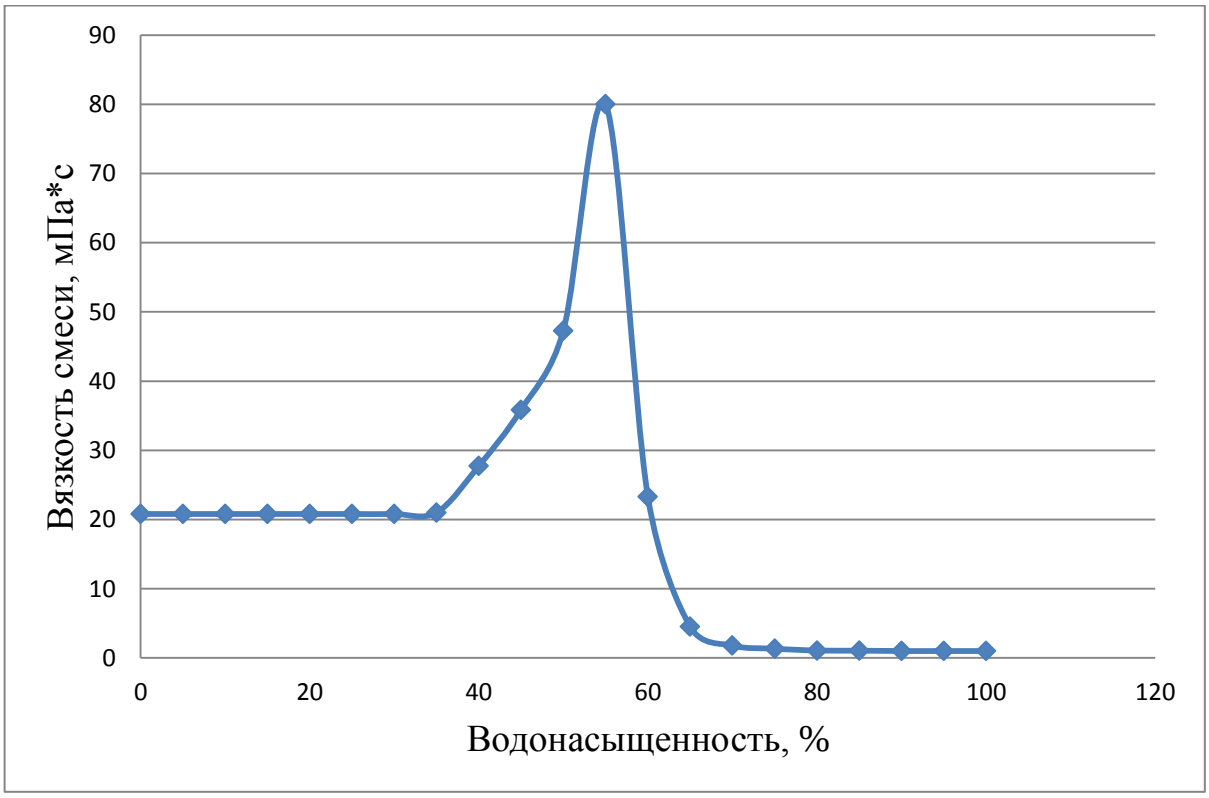

Рисунок 3.20 – Зависимость эквивалентной вязкости от водонасыщенности для Коробковского участка

Для практического применения графика на рисунке 3.20 предлагается использовать значение водонасыщенности в области заложения горизонтальной скважины на основе данных АРМ Лазурит.

На текущий момент обводненность горизонтальных скважин в Коробковском участке составляет 5-10 %, что свидетельствует о низком

значении водонасыщенности и позволяет не учитывать неоднородность вязкости жидкости.

Используя неоднородность по проницаемости и эквивалентную вязкость можно эффективно рассчитать дебит скважины на любой момент разработки при двухфазной фильтрации жидкости.

3.8 Выводы к главе 3

1. Создана новая методика моделирования элемента заводнения при разработке месторождения ГС и/или ВС, где ГС представляются как мнимые ВС, расположенные вдоль траектории скважины с расстоянием между ними равной толщине пласта.
2. Получена аналитическая формула для определения дебита в пятиточечном элементе системе заводнения при разработке с ВС и ГС.
3. Проведена верификация полученной формулы с результатами гидродинамического моделирования. Показано, что вычисленные значения для различных длин горизонтальных скважин по данным методам совпали, за исключением незначительных расхождений.
4. Полученные результаты апробированы на Коробковском участке, что показало большую точность расчета с практической точки зрения.
5. Показано, что с учетом эффективной вязкости добываемого флюида, неоднородности по проницаемости и используя полученное общее решение для регулярного расположения ГС в элементе заводнения можно эффективно рассчитать дебит скважины на любой момент разработки.

4 МЕТОДИКА РАСЧЕТА ОБЛАСТИ ВОРОНОГО ДЛЯ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СКВАЖИН С ПОМОЩЬЮ КРИВЫХ БЕЗЬЕ

4.1 Области Вороного в нефтяной промышленности

Оценка площади дренирования скважин крайне важна для подсчета запасов нефти, физических свойств породы месторождения и дальнейшего планирования разработки.

Для определения области дренирования скважин чаще всего используют области Вороного [129, 130, 131, 132, 133].

Для дальнейшего изложения материала ниже показано построение зон дренирования скважин в условном месторождении.

Допустив одинаковые условия эксплуатации скважин, однородность и непрерывность пласта на границах зоны, в работе [1] рассмотрена задача построения области дренирования для каждой скважины. В итоге данная задача свелась к построению областей Вороного:

1. Расположение на карте точек с координатами забоев N скважин и границы области, в качестве которой обычно принимается граница ВНК.

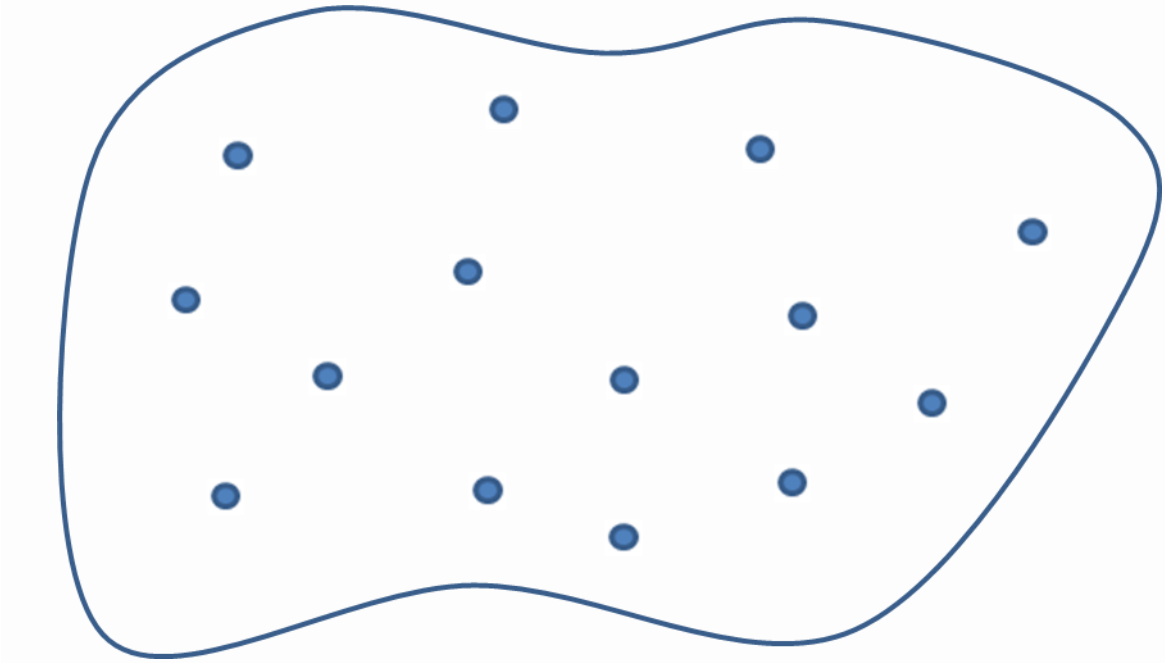

Рисунок 4.1 – Построение внешней границы и скважин

2. Построение выпуклой области путем соединения внешних скважин прямыми линиями.

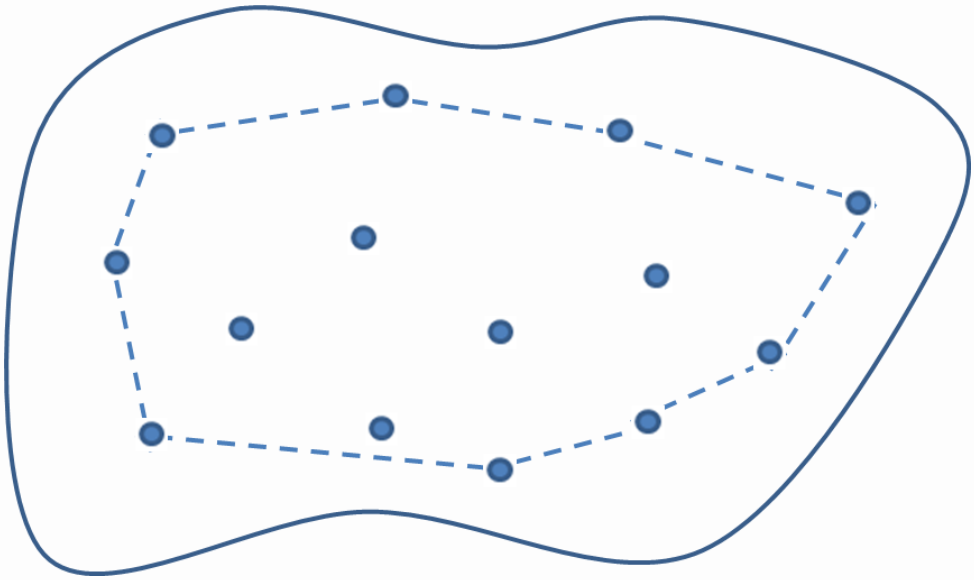

Рисунок 4.2 – Построение выпуклой оболочки по $\boldsymbol{N}$ внешним скважинам

3. Построение триангуляции на множестве точек области. Если месторождение разделено на участки не пересекающимися отрезками, соединяющими скважины N так, что любой участок имеет форму треугольника, не имеющий внутри себя другие треугольники, то такое множество называется триангуляцией. Построение триангуляции Делоне – триангуляция, которая избегает слишком острых и слишком тупых углов.

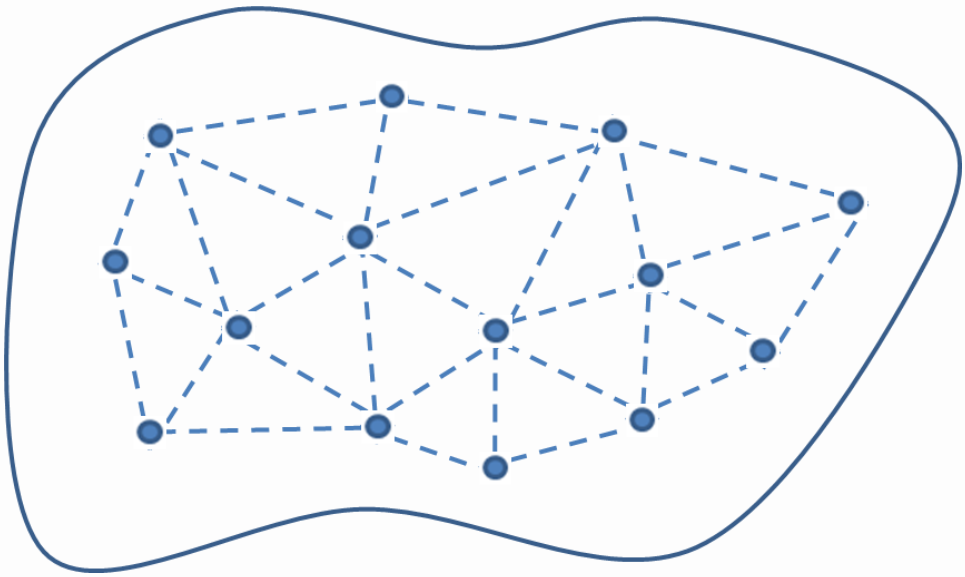

Рисунок 4.3 – Построение триангуляции Делоне

4. Область Вороного для скважины – это совокупность точек на плоскости, наиболее близко расположенных к ней. Стороны многоугольника строятся как перпендикуляры к серединам отрезков, соединяющие вершины треугольников, полученные из триангуляции.

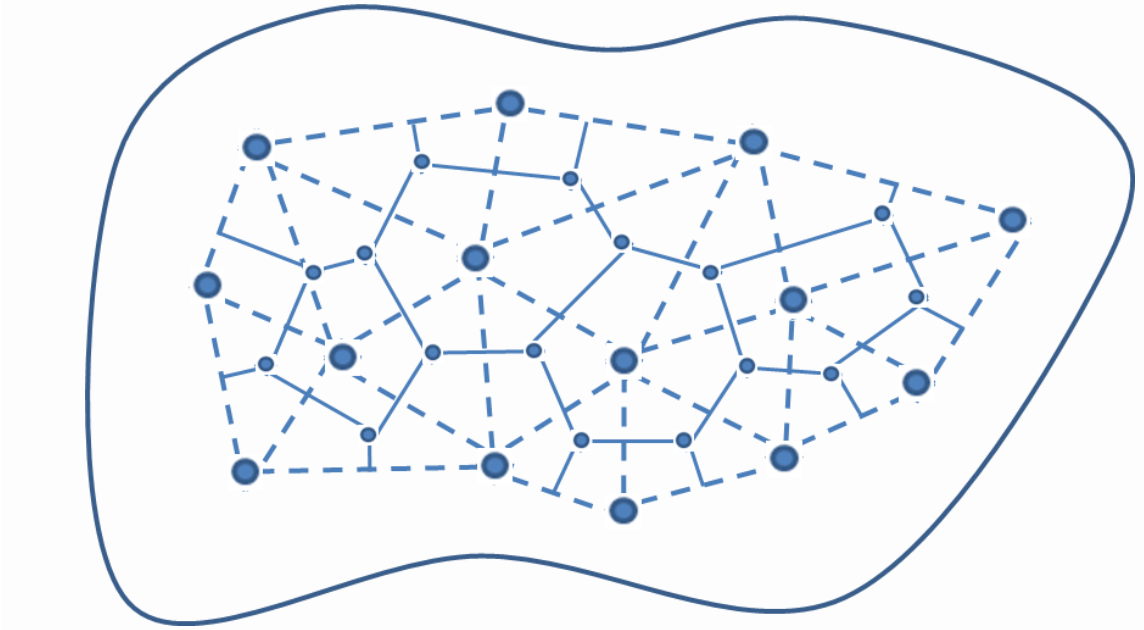

Рисунок 4.4 – Построение областей Вороного для скважин, включенных в триангуляцию

5. Далее продолжают отрезки, проведенные как серединные перпендикуляры к сторонам выпуклого множества до пересечения с контуром области.

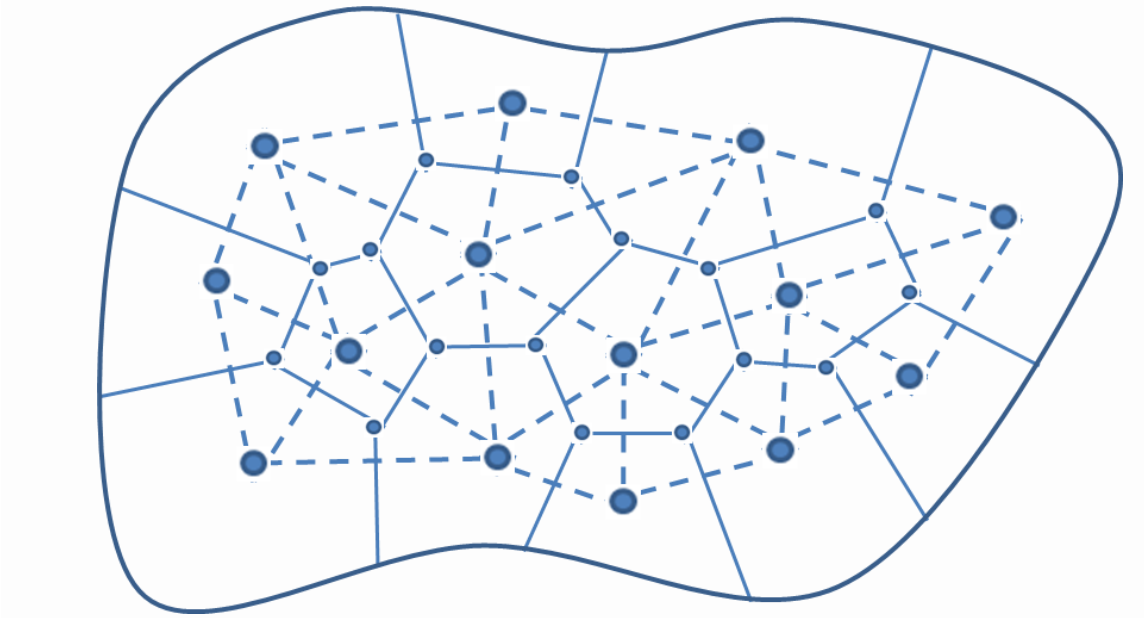

Рисунок 4.5 – Замыкание ребер многоугольников Вороного граничных скважин на линии границы области

Для определения области дренирования добывающих скважин при разработке месторождения методом заводнения строят две карты. Первая карта, построенная для всех скважин, согласно описанному выше и еще одну карту только добывающих скважин. Затем эти карты накладываются друг на друга, и таким образом определяется принадлежность доли зон дренирования нагнетательных скважин добывающим скважинам. Данная методика используется для перераспределения зон дренирования скважин при разработке методом заводнения.

4.2 Общая характеристика кривых Безье

Кривая Безье [134,135] является частным случаем многочленов Бернштейна [136,137], описанных Сергеем Натановичем Бернштейном в 1912 году.

Кривая Безье – параметрическая кривая, задаваемая выражением

$$B(t) = \sum_{i=0}^{n} P_i b_{i,n}(t), \qquad 0 \le t \le 1$$

Где P_i – функция компонент векторов опорных шин, а $b_{i,n}(t)$ – базисные функции кривой Безье, называемые также полиномами Бернштейна.

$$b_{i,n}(t) = \binom{n}{i} t^i (1-t)^{n-i}$$

где

$$\binom{n}{i} = \frac{n!}{i!\,(n-i)!}$$

– число сочетаний из n по i, где n – степень полинома, i – порядковый номер опорной шины.

Кривые Безье строятся так, что кривая не будет проходить через контрольные точки. Это означает, что траектория скважины, построенная с помощью этой методики, не будет проходить через точки представленные

данными телеметрии. Что в свою очередь является отрицательным качеством использования этой методики. Но кривые Безье имеют очень большую точность при большом количестве опорных точек и когда опорные точки расположены так, что кривизна минимальна, коими являются горизонтальные скважины. В качестве примера представлены кривые для 3-х, 4-х и 5-ти точек при $t = 0{,}25$ (рисунок 4.6).

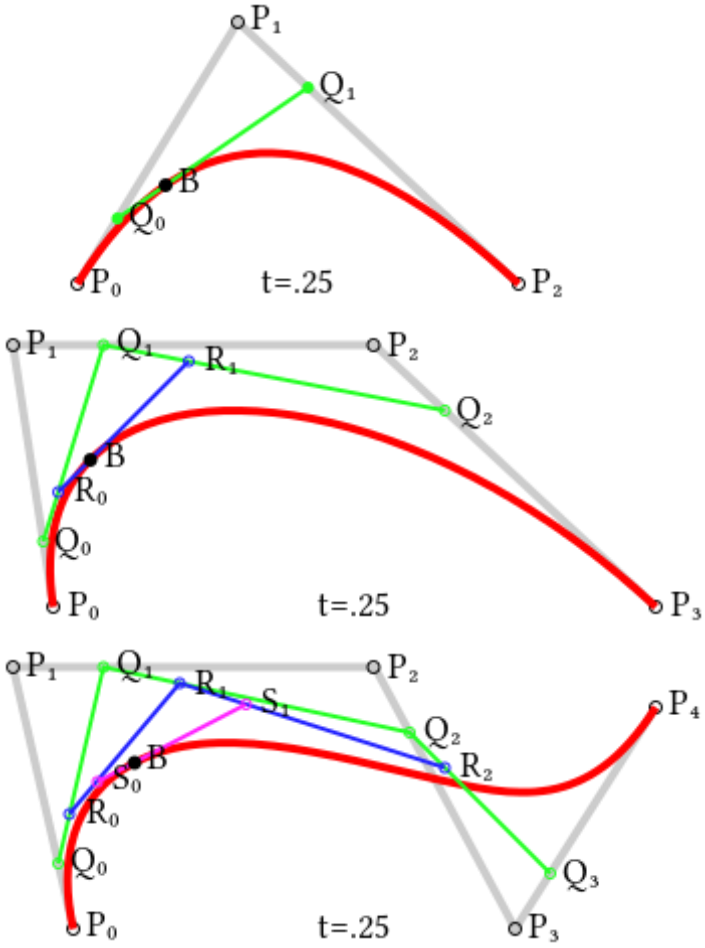

Рисунок 4.6 – Построение кривых Безье

4.3 Метод расчета области Вороного для месторождений, разрабатываемых горизонтальными скважинами

Отличительной особенностью от других способов построения кривых по заданным точкам является простота и высокая

производительность реализации в программных модулях. А также наибольшую ценность для текущей работы представляет возможность определения координат в любой точке используя только длину кривой через параметрическую переменную $0 \leq t \leq 1$, что упрощает решение задачи нахождения мнимой скважины в любой точке движения горизонтальной скважины и для любых промежуточных данных телеметрии. В частности данные телеметрии в ПАО «Татнефть» встречаются с шагом 5 метров или 20 метров. Толщина пласта продуктивной части в среднем варьируется от 5 метров до 40 метров. Таким образом, разбивание горизонтальной скважины на мнимые скважины традиционными геометрическими методами становятся очень громоздкими от точки к точке. К тому же геометрические методы не могут учесть кривизну расположения горизонтальных скважин. В качестве примера показано, с какими трудностями можно столкнуться при решении этой задачи геометрическими методами для горизонтальной скважины с данными телеметрии по $\Delta = 20$ метров и толщиной пласта $h = 15$ метров уже при нахождении координат третей мнимой вертикальной скважины (рисунок 4.7).

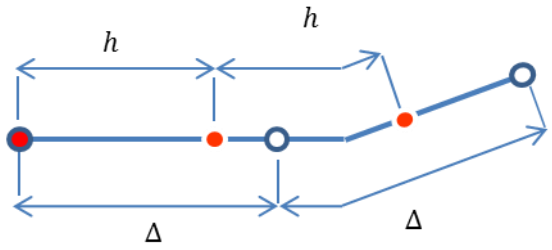

Рисунок 4.7 – Модель горизонтальной скважины

Для примера рассмотрим одну из скважин Бавлинского месторождения Коробковского участка с номером 3009G. Данные телеметрии возьмем в продуктивной части Бобриковского горизонта длиной 354 метра.

Таблица 2 – Фактические координаты телеметрии

№	NSKV	X	Y
1	3009G	64457.152	-2784.522
2	3009G	64455.280	-2780.03
3	3009G	64453.426	-2775.54
4	3009G	64451.501	-2771.08
5	3009G	64449.589	-2766.61
...	...	...	...
68	3009G	64260.282	-2534.98
69	3009G	64255.640	-2533.12
70	3009G	64250.990	-2531.28
71	3009G	64246.337	-2529.40
72	3009G	64242.374	-2527.79

Данные телеметрии для этой скважины строятся с расстоянием равным 5 метров.

Построим кривую Безье для этих точек и рассчитаем расположение мнимых вертикальных скважин для толщины пласта равной 10 метров. Таким образом, получим [354/10] = 36 мнимых скважин:

Таблица 3 – Рассчитанные координаты через кривые Безье

№	Номер скважины	Параметр t	X	Y
1	3009G	0,0000	64457,1520	-2784,5220
2	3009G	0,0286	64456,9916	-2784,1370
3	3009G	0,0571	64456,8312	-2783,7520
4	3009G	0,0857	64456,6710	-2783,3670
5	3009G	0,1143	64456,5107	-2782,9820
6	3009G	0,1429	64456,3506	-2782,5971
7	3009G	0,1714	64456,1904	-2782,2121
8	3009G	0,2000	64456,0302	-2781,8273
9	3009G	0,2286	64455,8701	-2781,4424
10	3009G	0,2571	64455,7099	-2781,0576

11	3009G	0,2857	64455,5498	-2780,6729
12	3009G	0,3143	64455,3895	-2780,2881
13	3009G	0,3429	64455,2293	-2779,9035
14	3009G	0,3714	64455,0689	-2779,5189
15	3009G	0,4000	64454,9085	-2779,1344
16	3009G	0,4286	64454,7481	-2778,7499
17	3009G	0,4571	64454,5875	-2778,3655
18	3009G	0,4857	64454,4268	-2777,9811
19	3009G	0,5143	64454,2659	-2777,5969
20	3009G	0,5429	64454,1050	-2777,2127
21	3009G	0,5714	64453,9439	-2776,8286
22	3009G	0,6000	64453,7826	-2776,4446
23	3009G	0,6286	64453,6212	-2776,0607
24	3009G	0,6571	64453,4595	-2775,6769
25	3009G	0,6857	64453,2977	-2775,2932
26	3009G	0,7143	64453,1357	-2774,9096
27	3009G	0,7429	64452,9734	-2774,5260
28	3009G	0,7714	64452,8109	-2774,1427
29	3009G	0,8000	64452,6482	-2773,7594
30	3009G	0,8286	64452,4852	-2773,3762
31	3009G	0,8571	64452,3219	-2772,9932
32	3009G	0,8857	64452,1584	-2772,6103
33	3009G	0,9143	64451,9945	-2772,2275
34	3009G	0,9429	64451,8303	-2771,8449
35	3009G	0,9714	64451,6658	-2771,4624
36	3009G	1,0000	64451,5010	-2771,0800

После нахождения координат расположения мнимых вертикальных скважин с помощью кривых Безье, области Вороного для каждой вертикальной мнимой скважины рассчитывается отдельно. Области Вороного строятся следующим образом:

1) Определяем граничащие скважины.

   Для мнимой j - й вертикальной скважины граничащей с другими мнимыми скважинами в горизонтальной скважине, которой они принадлежат, будут только соседние скважины с номерами $j-1$ и $j+1$.

2) Находим угол α_i для каждой граничащей скважины относительно прямой параллельной оси $0X$ (рисунок 4.9).
3) С помощью оконных функций сортируя полученный набор данных относительно угла α_i определяем родительские и дочерние строки по возрастанию угла α_i (расчеты велись на SQL СУБД PostgreSQL).
4) Используя иерархические запросы (SQL СУБД PostgreSQL) определяем все необходимые вершины треугольников для расчета области Вороного.
5) Вычисляем граничные точки области Вороного и относительно возрастания угла α_i соединяем отрезки и получаем область Вороного (рисунок 4.9).
6) Области Вороного мнимых вертикальных скважин принадлежащих одной горизонтальной скважине объединяем в одну область.

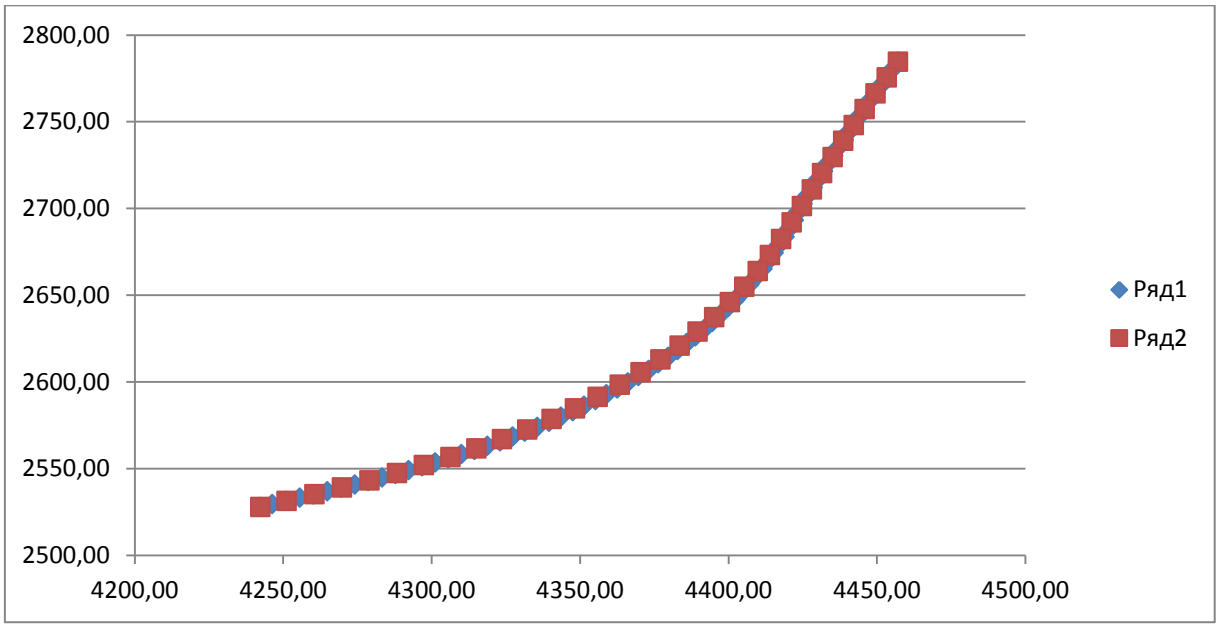

Рисунок 4.8 – Траектория расположения горизонтальной скважины №3009G продуктивной части Коробковского участка Бавлинского месторождения ПАО «Татнефть». Ряд 1 – фактические данные, Ряд 2 – кривая Безье.

Преимуществом данной методики является то, что мы сразу исключаем из рассмотрения такие треугольники как $\Delta 042$, $\Delta 036$, т. е. те, которые включают внутри себя другие треугольники (рисунок 4.9), что безусловно положительно влияет на производительность и сокращает время расчетов для больших месторождений при реализации программных продуктов.

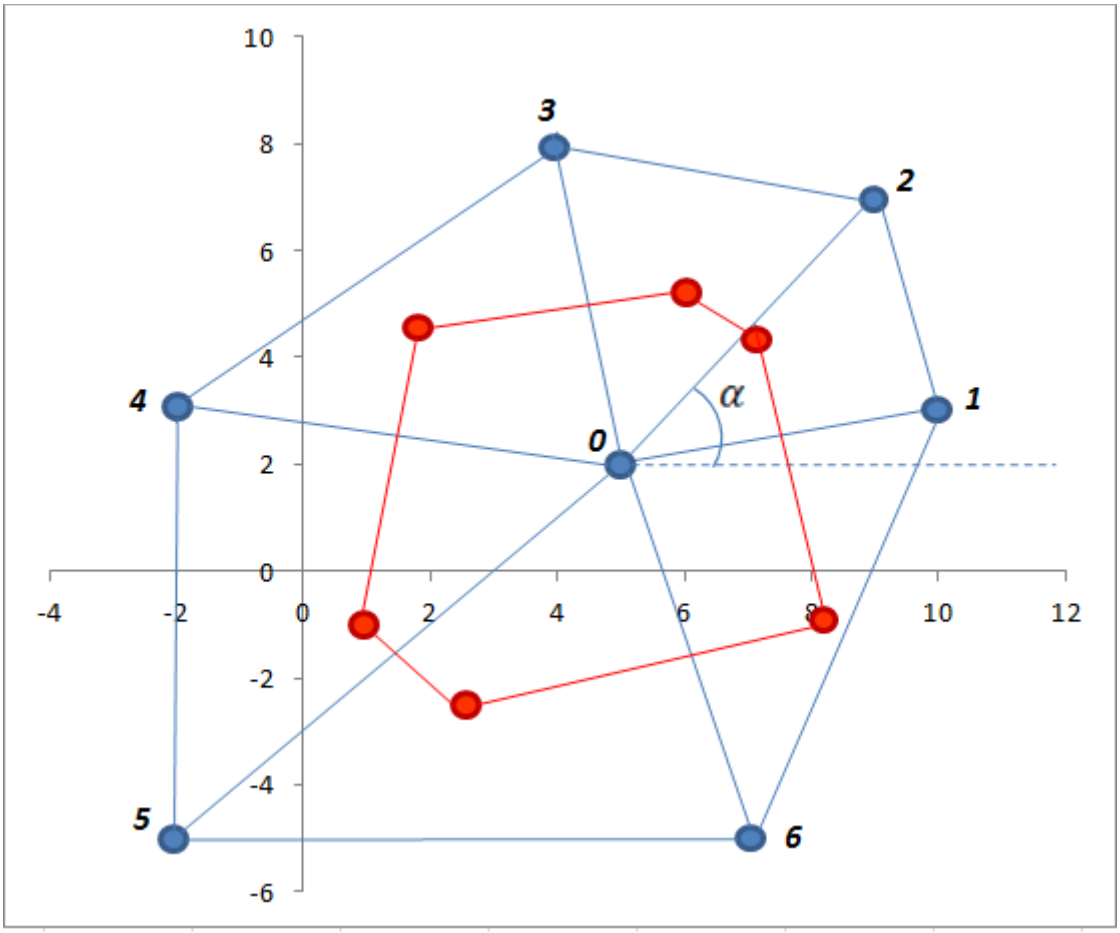

Рисунок 4.9 – Построение области Вороного

4.4 Апробация результатов на Коробковском участке Бавлинского месторождения

В качестве примера рассмотрим расчет области Вороного для скважин Бавлинского месторождения (рисунок 4.10). Данное месторождение разрабатывается пятиточечной системой площадного

заводнения, где в качестве добывающих скважин используются горизонтальные скважины.

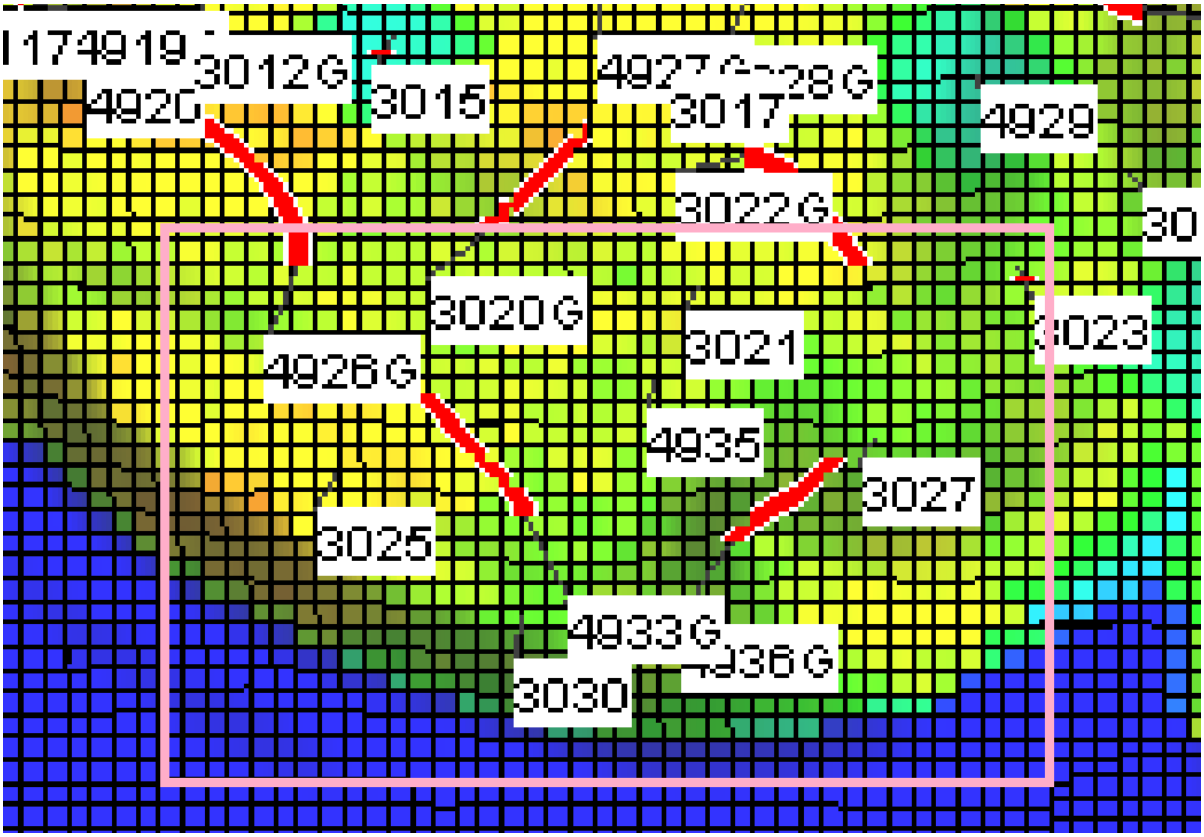

Рисунок 4.10 – Рассматриваемый участок

Рассчитываемая область выделена квадратным маркером и включает в себя следующие скважины 3030, 3025, 4933G, 4935, 4936G и 3027, где скважины 4933G и 4936G являются горизонтальными (рисунок 4.10).

Для чистоты эксперимента области дренирования скважин вычисляются также встроенными инструментами программного модуля MapManager.

Далее, для наглядности результаты работы программного модуля MapManager и области Вороного будут накладываться друг на друга и будут построены две карты. Одна по координатам забоев для всех типов скважин для обоих методов. И вторая карта, где для вертикальных скважин в обоих методах будут использоваться координаты забоев, а для горизонтальных скважин данные телеметрии для программного модуля MapManager, и мнимые условные точки, вычисленные через кривые Безье

для методики, описанной в предыдущей главе для добывающих горизонтальных скважин.

Области дренирования программного модуля MapManager будут выглядеть как разноцветные области, внутри которых будет находиться соответствующая данной области скважина. А области Вороного будут выглядеть, как отрезки соединенные на вершинах описанных окружностей к треугольникам. В качестве ограничивающей области берется весьма условная область в виде соединенных отрезков.

Построенная карта по координатам забоев скважин наглядно показывает приемлемое совпадение двух алгоритмов для данного участка (рисунок 4.11).

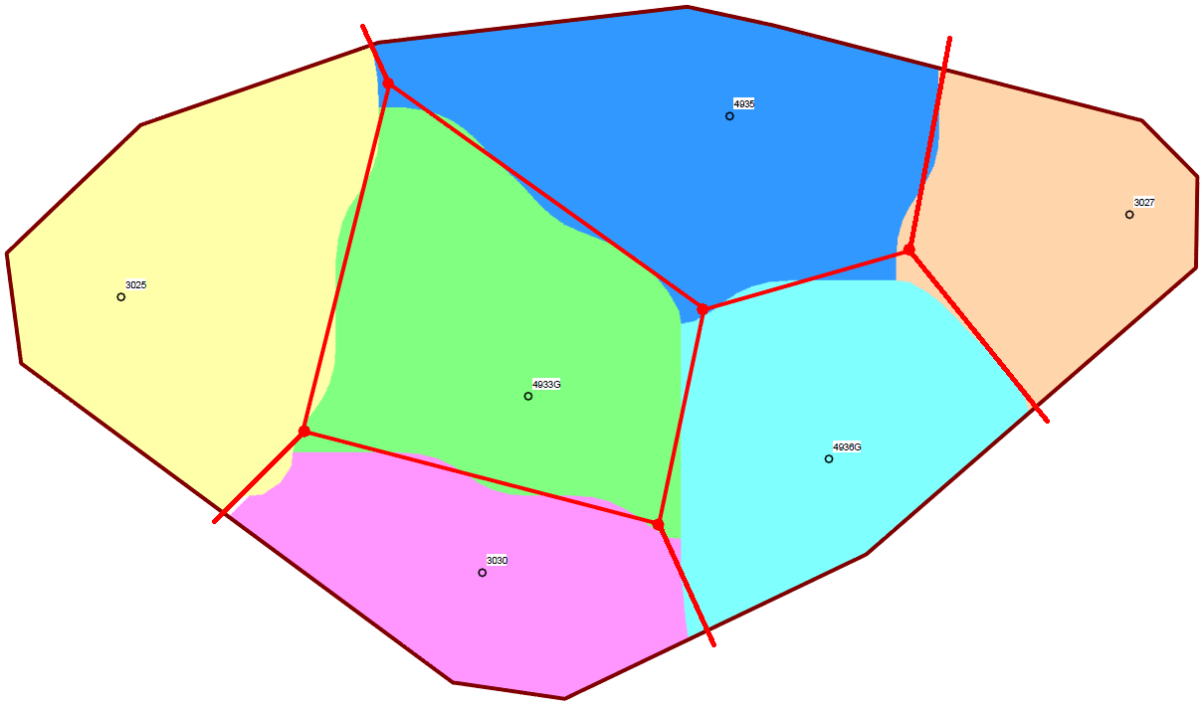

Рисунок 4.11 – Область Вороного по забоям скважин

Применим методику расчета области Вороного описанного ранее и наложив результаты автоматического модуля программы MapManager получаем следующую карту (рисунок 4.12).

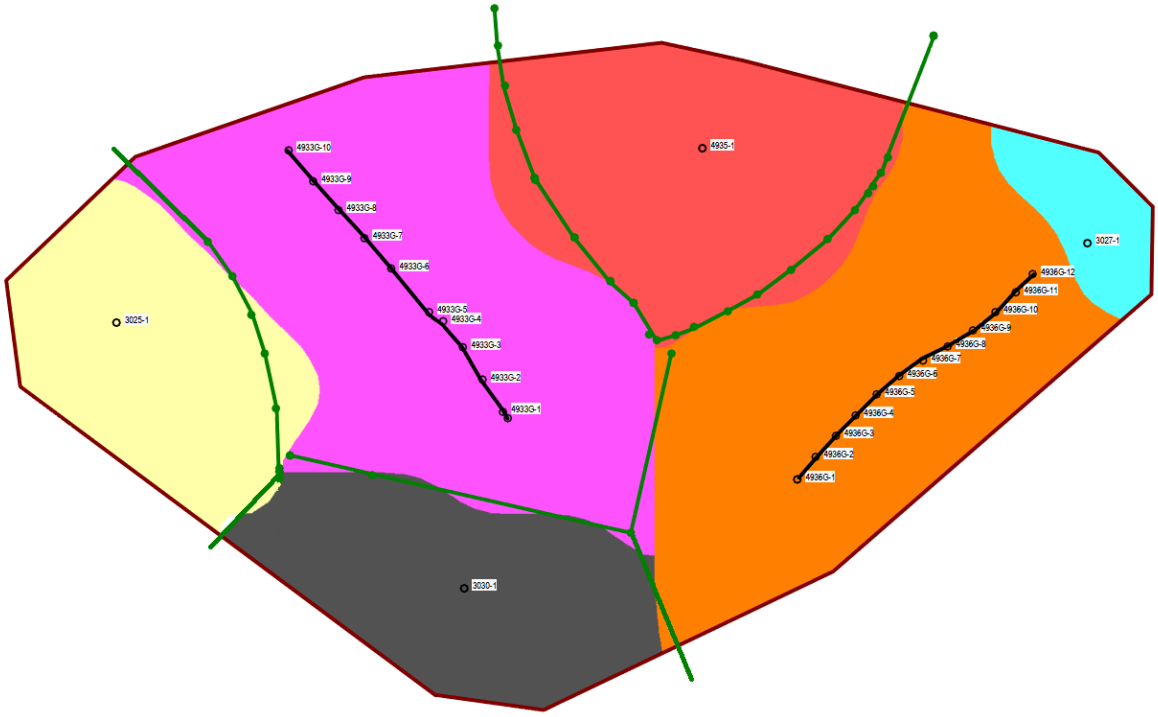

Рисунок 4.12 – Область Вороного построенный через кривые Безье

В схематическом рисунке в качестве разноцветных областей показаны области дренирования скважин рассчитанные с помощью программы MapManager. И зелеными линиями показаны области Вороного, рассчитанные с помощью алгоритма основанного на кривых Безье. Рисунок вполне очевидно отражает довольно существенные различия в результатах расчетов.

Ввиду минимальной длины с граничащим контуром относительной общей протяженности области, и принадлежности к горизонтальной скважине, наиболее удобным для сравнения различающихся контуров является области скважины 4933G, закрашенный в розовый цвет (рисунок 4.12). Интерпретировав, контуры вырисованные с помощью программы MapManager в многоугольную область и воспользовавшись формулой Гаусса для определения площади получим следующие условные площади для всех трех контуров скважины 4933G: область Вороного рассчитанного с помощью одной координаты – 105 728, область, рассчитанная с помощью программы MapManager – 154 105 и область Вороного рассчитанная с

использованием кривой Безье – 165 334. Расчетные значения представлены в виде квадратных пикселей - единицы измерения разрешения мониторов ЭВМ при одинаковом масштабе всех используемых рисунков, что показывает большую достоверность с фактическими данными.

Отсюда получаем, что отличие от классических метод расчета области дренирования для программного модуля MapManager и области полученной с использованием кривой Безье составляют 145,75 и 156,376 процентов соответственно. Ввиду примерного совпадения двух различных методов против обычного метода построения области Вороного, можно заключить, что предложенная в данной работе методика является более совершенной.

Приведенный пример отражает большую точность полученных результатов с практической точки зрения и в то же время выявляет недостатки используемых программных продуктов и рекомендует себя как более совершенный инструмент при разработке нефтяных месторождений.

4.5 Выводы к главе 4

1. Создана новая методика построения области Вороного с помощью кривых Безье для месторождений, которые разрабатываются ГС и/или ВС.
2. Полученные результаты апробированы на Коробковском участке Бавлинского месторождения. Показано, что результаты расчетов совпадают с большой точностью.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. Разработана новая методика определения комплексного потенциала течения совместно с уравнением фильтрации однородной жидкости через прямолинейную макротрещину для ГС при площадных системах заводнения, отличающийся возможностью обоснования заложения ГС на любых стадиях разработки. На данной основе показан пример расчета дебита одной ГС в пятиточечном элементе заводнения, где модель ГС не является периодически повторяемым.

2. Создана новая методика моделирования элемента заводнения при разработке месторождения ГС и/или ВС, где ГС представляются как мнимые ВС, расположенные вдоль траектории скважины с расстоянием между ними равной толщине пласта. Полученная методика позволяет моделировать любой элемент заводнения с регулярным расположением ГС.

3. Получена аналитическая формула для определения дебита в пятиточечном элементе заводнения при разработке с ВС и ГС.

4. Исследованы особенности притока к ГС для различных соотношений толщины пласта и длины ствола скважины. Показано, что наиболее оптимальным соотношением длины ГС и дебита для рассматриваемого примера является длина ГС равной примерно 5-7 частям толщины пласта, после которого рост дебита скважины резко снижается.

5. Усовершенствована методика построения области дренирования ГС с использованием сетки Вороного и кривых Безье для построения карт разработки нефтяных месторождений.

6. Полученные результаты апробированы на Коробковском участке Бавлинского месторождения. Показано, что результаты расчетов с большой точностью близки к фактическим данным.

7. Созданные программные модули интегрированы в программный продукт «Нефтяной калькулятор» и внедрены во все НГДУ ПАО

«Татнефть» для поддержки задач регулирования и управления разработкой.

8. Материалы диссертации используются в учебном процессе Альметьевского государственного нефтяного института для подготовки студентов по направлению «Нефтегазовое дело».

ПРИЛОЖЕНИЕ А

Программа расчета дебита горизонтальных скважин из комплексного потенциала течения

```
clear;
clc;

% исходные данные
a=150;
d=150;
h=exp((-pi*d)/a); % из разложения тэтта функции Вейерштрасса
L=150;
k=100;
P_1=110;
P_2=90;
miy=5;
r=0.05;

% координаты скважин
z_n=zeros(2,1);
z_n(1)=0+i*0; % добывающая
z_n(2)=a+i*d; % нагнетательная

% доли дебитов скважин
q_n=zeros(2,1);
q_n(1)=-1;
q_n(2)=1;

% комплексный потенциал течения жидкости
syms x y z;
```

```
F_z(z)=z*0;
work1=0;
power1(z)=z*0;
for n=1:2
   work1=q_n(n)/(2*pi);
   F_z(z)=F_z(z)+work1*log(sin(pi*(z-z_n(n))/(2*a)));
   for v=1:20
      power1(z)=0+i*pi*(z-z_n(n))/a;
      F_z(z)=F_z(z)+work1*log((1-(h^(2*v))*exp(power1(z)))*(1-
(h^(2*v))*exp(-power1(z))));
      power1(z)=0;
   end
   work1=0;
end

% постоянная C
for n=1:2
   F_z(z)=F_z(z)+z*(0-i*q_n(n)*imag(z_n(n))/(4*a*d));
end

% Производная комплексный функции течения
F_z_diff(z)=diff(F_z(z),z);

% Заполнение координат трещин
z_0=r;

% Заполнение углов трещин
alpha_0=0;

syms z;
```

```
w0=pi*real(F_z_diff(r))/2;

W(z)=F_z(z)-(w0*z*2/(pi*L))+(w0*(1-(z*2/L)^2)*log((z-L/2)/(z+L/2))/(2*pi));

disp('Трещины Пилатовский + Фазылов')
vpa(k*(P_1-P_2)/(miy*(real(W(2*a+i*(2*d-r))-W(a+i*(d-r))))),10)

disp('5-ти точки Фазылов')
vpa(k*(P_1-P_2)/(miy*(real(F_z(r)-F_z((a+i*(d-r)))))),10)

disp('Маскет')
vpa(pi*k*(P_1-P_2)/(miy*(log(a*sqrt(2)/r)-0.6190)),10)

A=0;
for v=1:20
   A=A-2*log((1-h^(4*v))^2);
end
vpa(pi*k*(P_1-P_2)/(miy*(log(a/r)-0.3588+A)),10)

disp('<<Finita la comedia>>');
```

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

```
clear;
clc;

% исходные данные
a=150;
d=150;
h=exp((-pi*d)/a);
k=100;
P_1=110;
P_2=90;
miy=5;
r=0.05;
L=270;
h_pt=15;

% Заполнение горизонтальных координат добывающих скважин
stp = -1;
for i=1:9
   for j=1:3
      x(i+j+stp) = (300-270)/2 + 30/2 +30*(i-1);
   end
   stp = stp + 2;
end

% Заполнение горизонтальной координаты нагнетательной скважины
x(28)=0;

% Заполнение вертикальных координат добывающих скважин
```

```
stp = -1;
for i=1:9
   for j=1:3
      y(i+j+stp) = 300/2 + 15*(j-2);
   end
   stp = stp + 2;
end

% Заполнение вертикальной координаты нагнетательной скважины
y(28)=0;

% Переменная A со штрихом
A=0;

% Признак добывающей или нагнетательной скважины
znakQ = 0;

% Размер матрицы
delta = [28; 28];

% Заполнение матрицы линейного уравнения
for i=1:28
   for j=1:28
      % Заполнение признака типа скважины
      if i == 28 | j == 28
         znakQ = 1;
      else
         znakQ = -1;
      end
```

```
        % Заполнение переменной A со штрихом
        if i == j
            A = znakQ*log(pi()*r/(2*a));
        else
            A = znakQ*(log(cosh(pi()*(y(j)-y(i))/a)-cos(pi()*(x(j)-x(i))/a)) -
log(2))/2;
        end
        % Заполнение матрицы
        delta(j,i) = A + znakQ*pi()*y(j)*y(i)/(2*a*a);
    end
end

% Размер вектора линейного уравнения
f = [28];

% Заполнение вектора линейного уравнения для добывающих скважин
for i=1:27
    f(i,1) = -2*pi()*k*P_2/miy;
end

% Дополнение вектора для нагнетательной скважины
f(28,1) = -2*pi()*k*P_1/miy;

% Вычисление дебита и вывод на экран
x = delta\f;
total = 0;
for i=1:27
    total = total + x(i);
end
vpa(total/10,10)
```

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Программа расчета области Вороного

```
/*+++++++++++++++++++*/
DROP TABLE portal.tempBezie;
/*+++++++++++++++++++*/
create table portal.tempBezie as
select a.nskv,
      t,
      sum(a.x*polinom*(t^i)*((1-t)^(n-i))) as x,
      sum(a.y*polinom*(t^i)*((1-t)^(n-i))) as y,
      row_number() over (partition by a.nskv order by t) as num
  from (
         select nskv,
               x,
               y,
               (n!)/((i!)*((n-i)!)) as polinom,
               i,
               n
           from (
                 SELECT t.nskv,
                       x,
                       y,
                       row_number() over (partition by t.nskv) - 1 as i,
                       count(1) over (partition by t.nskv) - 1 as n
                 FROM   portal.telemetr t
                 ) z
      ) a,
      (
```

```
    select c.nskv,
           i2,
           n2,
           case when c.i2 = 0
               then 0
               else ((1::double precision)*(c.i2))/(c.n2-1::double precision)
           end as t
      from  (
              SELECT t2.nskv,
                  GENERATE_SERIES(0, (round(L/h))::integer) as i2,
                  round(L/h)+1::integer as n2
              FROM   (SELECT t2.nskv, t2.L, sum(t1.podosh-t1.krow) as h
                    FROM portal.bvnpl t1
                        INNER JOIN (SELECT nskv, max(L) - min(L) as L
                                FROM portal.telemetr
                                 GROUP BY nskv
                                 ) t2 ON LTRIM(t1.nskv,'0') = t2.nskv
                    WHERE t1.krow != 0 and t1.podosh-t1.krow < 50
                    GROUP BY t2.nskv, t2.L
                    ) as t2
              ) c
    ) b
 where a.nskv = b.nskv
 group by a.nskv, t
 order by a.nskv, t;
/*++++++++++++++++++++*/
--select * from portal.tempBezie;



/*++++++++++++++++++++*/
```

```
DROP TABLE portal.tempVoronogo;
/*++++++++++++++++++++*/
create table portal.tempVoronogo as
WITH t AS (select nskv, x, y, num
          from portal.tempBezie
          )
SELECT t1.nskv as nskv1,
     t2.nskv as nskv2,
     t1.x as x1,
     t1.y as y1,
     t2.x as x2,
     t2.y as y2,
     CASE WHEN t2.y-t1.y > 0
        THEN  ACOS((t2.x-t1.x)/SQRT((t2.x-t1.x)*(t2.x-t1.x)+(t2.y-t1.y)*(t2.y-
t1.y)))*(180/PI())
        ELSE  360  -  ACOS((t2.x-t1.x)/SQRT((t2.x-t1.x)*(t2.x-t1.x)+(t2.y-
t1.y)*(t2.y-t1.y)))*(180/PI())
     END as alpha,
     t1.num as num1,
     t2.num as num2
  FROM t as t1,
     t as t2
 WHERE (t1.nskv != t2.nskv
     or (t1.nskv = t2.nskv and (t1.num = t2.num+1 or t1.num = t2.num-1)))
     and (t1.x-t2.x)*(t1.x-t2.x)+(t1.y-t2.y)*(t1.y-t2.y) between 1 and 600*600
ORDER BY t1.nskv;
/*++++++++++++++++++++*/



/*++++++++++++++++++++*/
```

```
DROP TABLE portal.tempVoronogo2;
/*++++++++++++++++++++*/
CREATE TABLE portal.tempVoronogo2 AS
WITH temp AS (SELECT *,
                row_number() over (order by nskv1, num1, alpha) as id,
                dense_rank() over (partition by nskv1, num1 order by alpha) as
rank_nskv
            FROM portal.tempVoronogo)
SELECT nskv1,
     nskv2,
     num1,
     num2,
     x1,
     y1,
     x2,
     y2,
     alpha,
     id,
     case when t.rank_nskv = 1
          then null
          else t.id -1
     end as parent
  FROM temp as t;
/*++++++++++++++++++++*/


/*++++++++++++++++++++*/
--DROP INDEX voronogo_idx1;
--DROP INDEX voronogo_idx2;
--CREATE INDEX voronogo_idx1 ON portal.tempVoronogo2 (id);
```

```
--CREATE INDEX voronogo_idx2 ON portal.tempVoronogo2 (parent);
DROP TABLE portal.tempVoronogo3;
/*++++++++++++++++++++*/
CREATE TABLE portal.tempVoronogo3 AS
WITH t AS (SELECT *,
                min(id) over (partition by nskv1, num1) as id_min,
                max(id) over (partition by nskv1, num1) as id_max
           FROM portal.tempVoronogo2)
SELECT t1.nskv1,
    t1.nskv2,
    CASE WHEN t1.id != max(t1.id) over (partition by t1.nskv1, t1.num1)
        THEN t2.nskv2
        ELSE t3.nskv2
    END as nskv3,
    t1.num1,
    t1.num2,
    CASE WHEN t1.id != max(t1.id) over (partition by t1.nskv1, t1.num1)
        THEN t2.num2
        ELSE t3.num2
    END as num3,
    t1.x1,
    t1.y1,
    t1.x2,
    t1.y2,
    CASE WHEN t1.id != max(t1.id) over (partition by t1.nskv1, t1.num1)
        THEN t2.x2
        ELSE t3.x2
    END as x3,
    CASE WHEN t1.id != max(t1.id) over (partition by t1.nskv1, t1.num1)
        THEN t2.y2
```

```
        ELSE t3.y2
    END AS y3,
    CASE WHEN t1.id != max(t1.id) over (partition by t1.nskv1, t1.num1)
        THEN t2.alpha-t1.alpha
        ELSE 360 + t3.alpha - t1.alpha
    END AS alpha,
    t1.id
  FROM t AS t1
    LEFT JOIN t AS t2 ON t1.id = t2.parent
    LEFT JOIN (SELECT nskv1, id_min, id_max, nskv2, x2, y2, alpha, num1,
num2
            FROM t
            WHERE id = id_min) AS t3 ON t1.id = t3.id_max;
/*++++++++++++++++++++*/


/*++++++++++++++++++++*/
DROP TABLE portal.tempVoronogo4;
/*++++++++++++++++++++*/
CREATE TABLE portal.tempVoronogo4 AS
SELECT *,
    ((x1^2+y1^2)*(y2-y3)-y1*(x2^2+y2^2-x3^2-y3^2)+(x2^2+y2^2)*y3-
(x3^2+y3^2)*y2)/(2*(x1*(y2-y3)-y1*(x2-x3)+(x2*y3-x3*y2))) as x0,
    ((x1^2+y1^2)*(x2-x3)-x1*(x2^2+y2^2-x3^2-y3^2)+(x2^2+y2^2)*x3-
(x3^2+y3^2)*x2)/(-2*(x1*(y2-y3)-y1*(x2-x3)+(x2*y3-x3*y2))) as y0
  FROM portal.tempVoronogo3;
/*++++++++++++++++++++*/

select * from portal.tempVoronogo4 order by nskv1, num1;
```

```
select *, (2*(x1*(y2-y3)-y1*(x2-x3)+(x2*y3-x3*y2))), (-2*(x1*(y2-y3)-y1*(x2-x3)+(x2*y3-x3*y2))) FROM portal.tempVoronogo3;
```

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Крылов, А.П. Основные принципы разработки нефтяных залежей с применением нагнетания рабочего агента в пласт [Текст] / А.П. Крылов // К двадцатилетию нефтяной промышленности Башкирии : тр. / МНИ. – М. ; Л. : Гостоптехиздат, 1953. – Вып. 12. – С. 109-116.

2. Fettke, C.R. The Bradford Oil Field, Pennsylvania and New York [Text] / C.R. Fettke // Mineral Resource Report. – 1938. – Bull. № 21. – P. 298-301.

3. Синяговский, И.Н. О целесообразности площадного заводнения нефтяных залежей верхнебашкирского горизонта Жирновского и Бахматьевского месторождений [Текст] / И.Н. Синяговский, В.А. Харламов, И.А. Якунин // Бурение скважин, разработка месторождений и автоматизация добычи / ВНИИНГ. – М. : Гостоптехиздат, 1963. – Вып. 2. – С. 48-51.

4. Лейбензон, Л.С. Собрание трудов [Текст]. Т. 2. Подземная гидрогазодинамика /Л.С. Лейбензон. – М. : Изд-во АН СССР, 1953. – 543 с.

5. Полубаринова-Кочина, П.Я. Теория движения грунтовых вод [Текст] / П.Я. Полубаринова-Кочина. – М. : Гостехиздат, 1952. – 674 с.

6. Маскет, М. Течение однородных жидкостей в пористой среде [Текст] / М. Маскет ; пер. М.А. Геймана. – М. ; Л. : Гостоптехиздат, 1949. – 628 с.

7. Чарный, И.А. Подземная гидромеханика [Текст] / И.А. Чарный. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1948. – 196 с.

8. Чарный, И.А. Основы подземной гидравлики [Текст] / И.А. Чарный. – М. : Гостоптехиздат, 1956. – 260 с.

9. Чарный, И.А. Подземная гидрогазодинамика [Текст] : учеб. пособие для вузов / И.А. Чарный. – М. : Гостоптехиздат, 1963. – 396 с.

10. Щелкачев, В.Н. Подземная гидравлика [Текст] : учеб. пособие для вузов / В.Н. Щелкачев, Б.Б. Лапук ; под ред. Л.С. Лейбензона. – М. ; Л. : Гостоптехиздат, 1949. – 523 с.

11. Аравин, В.И. Теория движения жидкостей и газов в недеформируемой пористой среде [Текст] : учеб. пособие для втузов / В.И. Аравин, С.Н. Нумеров. – М. : Гостехиздат, 1953. – 616 с.

12. Шейдеггер, А.Э. Физика течения жидкостей через пористые среды [Текст] / А.Э. Шейдеггер. – М. : Гостоптехиздат, 1960. – 250 с.

13. Collins R.E. Flow of Fluids Through Porous Materials New-York [Text] / R.E. Collins. – New York : Reinhold Publishing Corp., 1961. – 270 p.

14. Ханин, И.Л. Эффективность разработки литологически неоднородных коллекторов нефтяных месторождений Куйбышевского Поволжья [Текст] / И.Л. Ханин, П.А. Палий, В.Е. Гавура. – Куйбышев : Куйбышев. кн. изд-во, 1974. – 247 с.

15. Розенберг, М.Д. О вытеснении нефти газом и водой [Текст] / М.Д. Розенберг // Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений : тр. / ВНИИ. – Л. : Гостоптехиздат, 1957. – Вып. 10. – С. 141-215.

16. Розенберг, М.Д. О радиальном вытеснении газированной нефти водой [Текст] / М.Д. Розенберг // Вопросы подземной гидродинамики и разработки нефтяных и газовых месторождений : тр. / ВНИИ. – Л. : Гостоптехиздат, 1957. – Вып. 10. – С. 266-295.

17. Розенберг, М.Д. К вопросу о наивыгоднейшей расстановке скважин в нефтяных пластах с водонапорным режимом [Текст] / М.Д. Розенберг // Геология и промысловое дело, технология и транспорт нефти : тр. / МНИ. – М. , 1951. – Вып. 11. – С. 130-144.

18. Пилатовский, В.П. Об уравнениях неоднородного фильтрационного потока в некотором элементе площадного заводнения [Текст] / В.П.

Пилатовский // Научно-технический сборник по добыче нефти / ВНИИ. – М. : Недра, 1964. – Вып. 25. – С. 29-34.

19. Мукминов, И.Р. Моделирование разработки нефтегазовых месторождений горизонтальными скважинами [Текст] : автореф. дис. …канд. техн. наук: 25.00.17 / И.Р. Мукминов ; УГНТУ. – Уфа, 2004. – 24 с.

20. Борисов, Ю.П. Приближенный метод расчета добычи нефти и воды при площадном заводнении [Текст] / Ю.П. Борисов, В.С. Орлов // Гидродинамика и разработка нефтяных месторождений : тр. / ВНИИ. – М. : Гостоптехиздат, 1962. – Вып. 37. – С. 108-129.

21. Теслюк, Е.В. Определение перемещения водо-нефтяного контакта и установление динамики обводнения скважин при различных системах площадного заводнения [Текст] / Гидродинамика и разработка нефтяных месторождений : тр. / ВНИИ. – М. : Гостоптехиздат, 1962. – Вып. 37. – С. 87-95.

22. Prediction of injection rate and production history for multifluid five-spot floods [Text] / M. Prats [et al.] // Trans. AIME. – 1959. – Vol. 216. – P. 98-105.

23. Slider, H.C. New method simplifies predicting waterflood performance [Text] / H.C. Slider // Petr. Eng. – 1961. – 33 (Februry). – P. 1368-1378.

24. Deppe, J.C. Injection rates – the effect of mobility ratio, area swept and pattern [Text] / J.C. Deppe // Trans. AIME. – 1961. – Vol. 222. – P. 81-91.

25. Hauber, W.C. Prediction of waterflood performance for arbitrary well patterns and mobility rations [Text] / W.C. Hauber // Jour. of Petr. Tech. – 1964. – January. – P. 95-103.

26. Научные основы разработки нефтяных месторождений [Текст] / А.П. Крылов [и др.]. – М. ; Л. : Гостоптехиздат, 1948. – 416 с.

27. Проектирование разработки нефтяных месторождений. Принципы и методы [Текст] / А.П. Крылов [и др.] ; под ред. А.П. Крылова, Ю.П. Борисова, Н.М. Николаевского. – М. : Гостоптехиздат, 1962. – 430 с.

28. Борисов, Ю.П. Влияние учета непоршневого вытеснения нефти водой в гидродинамических расчетах процесса разработки нефтяной залежи [Текст] / Ю.П. Борисов, В.С. Орлов // Разработка нефтяных залежей и гидродинамика пласта : тр. / ВНИИ. – Л. : Гостоптехиздат, 1960. – Вып. 28. – С. 3-16.

29. Чэнь Чжун-сян. К вопросу о размещении разрезающих рядов нагнетательных скважин на площадях крупных нефтяных залежей [Текст] / Чэнь Чжун-сян // Научно-технический сборник по добыче нефти / ВНИИ. – М. : Гостоптехиздат, 1962. – Вып. 16. – С. 39-51.

30. Чэнь Чжун-сян. К вопросу о рациональной расстановке рядов скважин в нефтяных пластах пластах с напорным режимом [Текст] / Чэнь Чжун-сян // Разработка и эксплуатация нефтяных и газовых месторождений : тр. / МИНХ и ГП им. И.М. Губкина. – М. : Гостоптехиздат, 1963. – Вып. 42. – С. 150-155.

31. Fayers, F.J. Mathematical description of detergent flooding in oil reservoirs [Text] / F.J. Fayers, R.L Perrine // Trans. AIME. – 1959. – Vol. 216. – P. 277-283.

32. Douglas, J. A method for calculating multi-dimensional immiscible displacement [Text] / J. Douglas, D.W. Peaceman, H.H. Rachford // Trans. AIME. – 1959. – Vol. 216. – P. 297-308.

33. Данилов, В.Л. Расчет на ЭВМ нефтеотдачи неоднородных пластов при искусственном заводнении [Текст] / В.Л. Данилов, В.М. Говердовская // Теоретические и экспериментальные исследования разработки нефтяных месторождений : материалы межвуз. конф. при Казан. ун-те от 29-31 окт. 1963 г. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 1964. – С. 22-23.

34. Muskat, M. Theoretical Analysis of Water Flooding Networks [Text] / M. Muskat, R.D. Wyckoff // Trans. AIME. – 1934. – Vol. 107. – P. 62-76.

35. Маскет, М. Физические основы технологии добычи нефти [Текст] / М. Маскет ; сокр. пер. с англ. М.А. Геймана. – М. ; Л. : Гостоптехиздат, 1953. – 606 с.

36. Кристеа, Н. Подземная гидравлика [Текст] : в 2 т. Т. 2 / Н. Кристеа ; пер. с рум. Бан Акош. – М. : Гостоптехиздат, 1962. – 492 с.

37. Стационарный дебит горизонтальных скважин в рядных системах разработки / М.М. Хасанов [и др.] // Нефтяное хозяйство. – 2015. – № 1. – С. 48-51.

38. Ламб, Г. Гидродинамика [Текст] / Г. Ламб ; пер. с 6-го англ. изд. А.В. Гермогенова, В.А. Кудрявцева ; под ред. Н.А. Слезкина. – М. ; Л. : Гостехиздат, 1947. – 928 с.

39. Muskat, M. An approximate theory of water-coning in oil production [Text] / M. Muskat, R.D. Wyskoff // Trans. AIME. – 1935. – Vol. 114. – P. 144-163.

40. Prats, M. The Breakthrough Sweep Efficiency of the Staggered Line Drive [Text] / M. Prats // Trans. AIME. – 1956. – Vol. 207. – P. 361-362.

41. Prats, M. Single-Fluid Five-Spot in Dipping Reservoirs / M. Prats, W.R. Strickler, C.S. Matthews // Trans. AIME. – 1955. – Vol. 204. – P.160-174.

42. Коротков, С.Ф. Обводнение прямолинейной цепочки скважин в полосообразной залежи [Текст] / С.Ф. Коротков // Известия Казанского филиала АН СССР. Серия физ.-мат. и техн. наук. – Казань : Таткнигоиздат, 1956. – Вып. 9 : Некоторые гидродинамические задачи рациональной разработки нефтяных месторождений. – С. 59-66.

43. Борисов, Ю.П. Приближенные формулы для расчета некоторых характеристик процесса площадного заводнения до прорыва воды в скважины [Текст] / Ю.П. Борисов // Гидродинамика и разработка нефтяных месторождений : тр. / ВНИИ. – М. : Гостоптехиздат, 1962. – Вып. 37. – С. 96-107.

44. Борисов, Ю.П. К гидродинамическим расчетам дебитов и давлений при режимах вытеснения нефти водой (учет фазовых проницаемостей) [Текст]

/ Ю.П. Борисов // Научно-технический сборник по добыче нефти / ВНИИ. – М. Гостоптехиздат, 1959. – Вып. 3. – С. 19-24.

45. Казымов, А.Ш. Решение задачи об установившемся притоке жидкости к системе скважин в прямоугольном элементе площадного заводнения однородного пласта [Текст] / А.Ш. Казымов // Научно-технический сборник по добыче нефти / ВНИИ. – М. : Недра, 1964. – Вып. 24. – С. 67-73.

46. Пилатовский, В.П. О применении некоторых контурных интегралов в задачах напорной фильтрации несжимаемой жидкости к скважинам [Текст] / В.П. Пилатовский // Доклады АН СССР. – 1956. – Т. 110, № 5. – С. 742-745.

47. Muskat, M. The flow of homogeneous fluids through porous media [Text] / M. Muskat. – J.W. Edwards, inc. ; Ann Arbor, Michigan, 1946. – 763 p.

48. Фазлыев, Р.Т. Площадное заводнение нефтяных месторождений [Текст] / Р.Т. Фазлыев. – М. : Недра, 1979. – 255 с.

49. Борисов, Ю.П. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами [Текст] / Ю.П. Борисов, В.П. Пилатовский, В.П. Табаков. – М. : Недра, 1964. – 154 с.

50. Табаков, В.П. Определение дебитов кустов скважин, оканчивающихся горизонтальными участками стволов, в плоском пласте [Текст] / В.П. Табаков // Научно-технический сборник по добыче нефти / ВНИИ. – М. : Гостоптехиздат, 1961. – Вып. 13. – С. 61-65.

51. Joshi, S.D. Horizontal well technology [Text] / S.D Joshi. – Tulsa : Penn Well Books, 1991. – 535 p.

52. Joshi, S.D. Augmentation of well productivity with slant and horizontal wells [Text] / S.D Joshi // JPT. – 1988. – June. – P. 729-739.

53. Giger, F.M. Horizontal wells production techniques in heterogeneous reservoirs [Text] / F.M. Giger // Middle East Oil Technical Conference and

Exhibition, 11-14 March 1985, Bahrain : Conference Paper. – P. 239. – SPE 13710.

54. Mukherjee, H. A parametric comparison of horizontal and vertical well performance [Text] / H. Mukherjee, M.J. Economides // SPE Formation Evaluation. – 1991. – Vol. 6. – P. 209-216.

55. Economides, M.J. Discussion of formation damage effects on horizontal-well flow efficiency [Text] / M.J. Economides, C.A. Ehlig-Economides // JPT. – 1991. – Dec. – P. 1521-1522.

56. Ehlig-Economides, C.A. Use of pressure derivative for diagnosing pressure-transient behavior [Text] / C.A. Ehlig-Economides // JPT. – 1988. – Oct. – P. 1280-1282.

57. Меркулов, В.П. О дебите наклонных и горизонтальных скважин [Текст] / В.П. Меркулов // Нефтяное хозяйство. – 1958. – № 6. – С. 51-56.

58. Меркулов, В.П. Расчет притока жидкости к кусту скважин с горизонтальными забоями [Текст] / В.П. Меркулов // Нефтепромысловое дело : тр. / КуйбышевНИИ НП. – Куйбышев, 1960. – Вып. 2. – С. 29-37.

59. Сургучев, М.Л. Определение дебита и эффективности наклонных скважин [Текст] / М.Л. Сургучев, В.П. Меркулов // Нефтяное хозяйство. – 1960. – № 2. – С. 35-41.

60. Babu, D.K. Productivity of a horizontal well [Text] / D.K. Babu, A.S. Odeh // SPE Reservoir Engineering. – 1989. – Vol. 4 (November). – P. 417-421. – SPE18334

61. Butler, R.M. Horizontal wells for the recovery of oil, gas and bitumen [Text] / R.M. Butler. – Calgary : Petroleum Society, Canadian Institute of Mining, Metallurgy & Petroleum, 1994. – 228 p. – (Petroleum Society Monograph ; № 2)

62. Butler, R.M.The potential for horizontal wells for petroleum production [Text] / R.M. Butler // JCPT. – 1989. – № 3 (May-June). – P. 39-47.

63. Suprunowicz, R. The productivity and optimum pattern shape for horizontal wells arranged in staggered rectangular arrays [Text] / R. Suprunowicz, R.M. Butler // JCPT. – 1992. – Vol. 31. – № 6 (June). – P. 41-46.

64. Soliman, M.Y. Fracturing aspects of horizontal wells [Text] / M.Y. Soliman, J.L. Hunt, A.M. El Rabaa // JPT. – 1990. – Vol. 42. – № 8 (Aug.). – P. 966-973.

65. Stanislav, J.F. Elliptical flow in composite reservoir [Text] / J.F. Stanislav, C.V. Easwaran, S.L. Kokal // JCPT. – 1992. – Vol. 31. – № 10. – P. 47-50.

66. Алиев, З.С. Обоснование конструкции горизонтальных и многоствольно-горизонтальных скважин для освоения нефтяных месторождений [Текст] / З.С. Алиев, Б.Е. Сомов, В.Ф. Чекушин. – М. : Техника, 2001. – 192 с.

67. Алиев, З.С. Определение производительности горизонтальных скважин, вскрывших газовые и газонефтяные пласты [Текст] / З.С. Алиев, В.В. Шеремет. – М. : Недра, 1995. – 143 с.

68. Боксерман, А.А. Интерференция скважин площадной системы в трещиновато-пористых пластах [Текст] / А.А. Боксерман, Б.В. Шалимов // Исследования в области добычи нефти : темат. сб. / ВНИИ. – М., 1968. – С. 64-71.

69. Гильфанов Э.Ф. Особенности исследования горизонтальных скважин с ГРП [Текст] / Э.Ф. Гильфанов // Известия вузов. Нефть и газ. – 2016. – № 4. С. 31-37.

70. Бакиров, Д.Л. Многозабойные скважины: практический опыт Западной Сибири [Текст] / Д.Л. Бакиров, М.М. Фаттахов. – Тюмень : Тюменский дом печати, 2015. – 229 с.

71. Оценка дебита горизонтальной скважины при разработке залежи сверхвязкой нефти методом парогравитационного дренирования [Текст] / М.Х. Хайруллин [и др.] // Инженерно-физический журнал. – 2014. – Т. 87, № 4. – С. 865-870.

72. Хайруллин, М.Х Гидродинамические исследования многоствольных горизонтальных скважин [Текст] / М.Х. Хайруллин, П.Е. Морозов, М.Н. Шамсиев // Актуальные проблемы нефти и газа. – 2012. – № 1 (5). – С. 34.

73. **Пат. 2350747 Российская Федерация, МПК Е 21 В 43/24.** Способ разработки нефтяного месторождения [Текст] / Абдулмазитов Р.Г., Рамазанов Р.Г., Музалевская Н.В., Шакирова Р.Т., Миронова Л.М.; заявитель и патентообладатель ОАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина. - № 2007122922/03; заявл 18.06.2007 ; опубл. 27.03.09, Бюл. № 26.

74. Перспективы развития метода управляемой эксплуатации скважин с горизонтальным окончанием [Электронный ресурс] / Г.С. Абдрахманов [и др.] // Нефтяная провинция. – 2015. – № 2. – С. 1-10. – Режим доступа: http://media.wix.com/ugd/2e67f9_c04d53da8cbe450ebcd3e0bb93a2f4d0.pdf. – Загл. с экрана.

75. Иктисанов, В.А. Гидродинамические исследования и моделирование многоствольных горизонтальных скважин [Текст] / В.А. Иктисанов. – Казань : Плутон, 2007. – 123 с. + ил. – (Механизмы и физика (МиФ) нефтеизвлечения).

76. Яртиев, А.Ф. Применение горизонтальных скважин на нефтяных месторождениях Татарстана [Текст] / А.Ф. Яртиев, Р.Т. Фазлыев, Л.М. Миронова. – М. : ВНИИОЭНГ, 2008. – 153 с.

77. Гидродинамические исследования скважин и методы обработки результатов измерений / Р.С. Хисамов [и др.]. – М. : ВНИИОЭНГ, 2000. – 226 с.

78. Renard, G. Formation damage effects on horizontal-well flow efficiency [Text] / G. Renard, J.M. Dupuy // JPT. – 1991. – Vol. 43. – № 7. – P. 768-869.

79. Лифантьев, А.В. Учет неоднородности пластов по проницаемости при компьютерном проектировании разработки нефтяных месторождений : автореф. дис... канд. техн. наук: 25.00.17 [Текст] / А.В. Лифантьев ;

ТатНИПИнефть ; науч. рук. док. техн. наук А.В. Насыбуллин. – Бугульма, 2014. – 22 с.

80. Управление моделью установившегося притока жидкости к горизонтальной скважине и трещине бесконечной проводимости А.В. Насыбуллин [и др.] // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. – 2014. – № 6. – С. 27-32.

81. Выжигин, Г.Б. Распространение трещиноватых зон и влияние их на условия разработки нефтяных залежей в карбонатных коллекторах [Текст] / Г.Б. Выжигин, И.И. Ханин // Нефтяное хозяйство. – 1973. – № 2. – С. 18-23.

82. Изучение механизма фильтрации закачиваемой в пласт воды по данным промысловых исследований [Текст] / В.Г. Лейбсон [и др.] // Нефтепромысловое дело. – 1974. – № 1. – С. 5-9.

83. Пилатовский, В.П. Об уравнениях фильтрации в трещиноватых горных породах [Текст] / В.П. Пилатовский // Научно технический сборник по добыче нефти / ВНИИ. – М., 1960. – Вып. 10. – С. 23-29.

84. Абдурахманов, И.М. О плоской задаче теории фильтрации при наличии двоякопериодической системы трещин [Текст] / И.М. Абдурахманов, Р.Т. Фазлыев, А.Х. Фаткуллин // Геология, разработка, физика и гидродинамика пласта нефтяных месторождений Татарии : тр. / ТатНИПИнефть. – Бугульма, 1976. – Вып. 34. – С. 178-187.

85. Абдурахманов, И.М. Об одном приближенном методе решения задач стационарной фильтрации при наличии трещин [Текст] / И.М. Абдурахманов, Р.Т. Фазлыев, А.Х. Фаткуллин // Исследования в области разработки нефтяных месторождений и гидродинамики пласта : сб науч. тр. / ВНИИ. – М., 1976. – Вып. 57. – С. 104-112.

86. Гидродинамические методы исследования вертикальных скважин с трещиной гидроразрыва пласта [Текст] / М.Х. Хайруллин [и др.]. – М. :

Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2012. – 82 с. – (Современные нефтегазовые технологии).

87. Салихов, Р.Г. Повышение качества вскрытия продуктивных пластов совершенствованием технологии закачивания скважин на депрессии: автореф. дис. … канд. техн. наук: 25.00.15 / Р.Г. Салихов ; Ухтинский государственный нефтяной университет. – Уфа, 2004. – 24 с.

88. Кривоносов, И.В. Расчет дебитов скважин с трещиноватой призабойной зоной пласта [Текст] / И.В. Кривоносов, И.А. Чарный // Нефтяное хозяйство. – 1955. – № 7. – С. 40-47.

89. Prats, M. Effect of vertical fractures on reservoir behavior – incompressible fluid case [Text] / M. Prats // Soc. Petrol. Eng. Journal. – 1961. – Vol. 1, № 2. – P. 105-118.

90. Пилатовский, В.П. Основы гидромеханики тонкого пласта [Текст] / В.П. Пилатовский. – М. : Недра, 1966. – 317 с.

91. Абдурахманов, И.М. О возмущении фильтрационного потока одиночной трещиной [Текст] / И.М. Абдурахманов // Прикладная математика и механика. – 1969. – Т. 33, вып. 5. – С. 871-875.

92. Лаврентьев, М.А. Методы теории функций комплексного переменного [Текст] : учеб. пособие для студентов ун-тов / М.А. Лаврентьев, Б.В. Шабат. – 4-е изд., испр. – М. : Наука, 1973. – 736 с.

93. Фукс, М.А. Функции комплексного переменного и некоторые их приложения [Текст] / М.А. Фукс, М.В. Шабат. – 3-е изд. – М. : Наука, 1964. – 388 с. – (Физико-математическая библиотека инженера).

94. Седов, Л.И. Плоские задачи гидродинамики и аэродинамики [Текст] / Л.И. Седов. – 2-е изд. – М. : Наука, 1966. – 448 с.

95. Сова В.Э. Методика оценки площади дренирования пласта по результатам исследования разведочных скважин [Электронный ресурс] // Нефтегазовое дело : электрон. науч. журнал. – 2009. – № 1. – 9 с. – Режим доступа: http://ogbus.ru/authors/Sova/Sova_1.pdf. – Загл. с экрана.

96. Bourdet, D. Well Test Analysis: The Use of Advanced Interpretation Models [Text] / D. Bourdet. – Amsterdam : Elsevier, 2002. – 438 p.

97. Определение зон дренирования запасов нефти в условиях неоднородности [Текст] / А.Н. Шаймарданов [и др.] // Нефтепромысловое дело. – 2014. – № 5. – С. 10-14.

98. Препарата, Ф. Вычислительная геометрия: введение [Текст] / Ф. Препарата, М. Шеймос ; пер. с англ. С.А. Вичеса, М.М. Комарова ; под ред. Ю.М. Баяковского. – М. : Мир, 1989. – 478 с.

99. Бачин, С.И. Доразработка остаточных запасов нефти высокообводнённых месторождений с неоднородными коллекторами [Текст] : автореф. дис. … канд. техн. наук: 25.00.17 / С.И. Бачин ; «Юганскнефтегаз», УГНТУ. – Уфа, 2008. – 24 с.

100. Низаев, Р.Х. Развитие технологий разработки трудноизвлекаемых запасов нефтяных месторождений на основе геолого-технологического моделирования [Текст] : автореф. дис. ... док. техн. наук: 25.00.17 / Р.Х. Низаев ; ТатНИПИнефть ОАО «Татнефть» ; науч. конс. д.т.н., акад. АН РТ Р.Р. Ибатуллин. – Бугульма, 2010. – 49 с.

101. Построение карт областей дренирования добывающих скважин по данным добычи жидкости с использованием взвешенных областей Вороного [Текст] / Н.И. Хисамутдинов [и др.] // Нефтепромысловое дело. – 2014. – № 6. – С. 10-14.

102. Папухин, С.П. Исследование влияния техногенного воздействия на структуру порового пространства, фильтрационно-емкостные свойства нефтенасыщенных коллекторов и КИН [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17 / С.П. Папухин ; ООО НПО «Нефтегазтехнология». – Уфа, 2008. – 24 с.

103. Федоренко, Н.В. Интенсификация выработки запасов нефти многопластового объекта регулированием фонда скважин [Текст] :

автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17 / Н.В. Федоренко ; ГУП «ИПТЭР», ООО НПФ «Востокнефтегазтехнология». – Уфа, 2015. – 24 с.

104. Горобец, Е.А. Совершенствование технологий разработки недонасыщенных нефтью залежей покурской свиты путем математического моделирования пластовых систем [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17 / Е.А. Горобец ; ООО НПО «Нефтегазтехнология». – Уфа, 2009. – 23 с.

105. Пилатовский, В.П. Уравнения фильтрации однородной жидкости в тонком макротрещиноватом пласте [Текст] / В.П. Пилатовский // Теория и практика добычи нефти : ежегодник / ВНИИ. – М. : Недра, 1968. – С. 109-134.

106. Прандтль, Л. Гидроаэромеханика [Текст] : пер. с нем. / Л. Прандтль. – М. : Изд-во иностр. лит., 1949. – 520 с.

107. Уиттекер, Э.Т. Курс современного анализа [Текст] / Э.Т. Уиттекер, Дж.Н. Ватсон ; пер. с англ. под ред. Ф.В. Широкова. – 2-е изд. – М. : Физматгиз, 1963. – Ч. 1 : Основные операции анализа. – 342 с. ; ч. 2 : Трансцендентные функции. – 515 с.

108. Журавский, А.М. Справочник по эллиптическим функциям [Текст] / А.М. Журавский. – М. ; Л. : Изд-во АН СССР, 1941. – 235 с.

109. Гурвиц, А. Теория функций [Текст] / А. Гурвиц, Р. Курант ; пер. М.А. Евграфова. – М. : Наука, 1968. – 618 с.

110. Насыбуллин, А.В. Определение дебита горизонтальной скважины на установившемся режиме в элементе заводнения [Текст] / А.В. Насыбуллин, В.Ф. Войкин // Экспозиция Нефть Газ. – 2016. – № 6. – С. 77-79.

111. Насыбуллин, А.В. Уравнение комплексного потенциала течения к макротрещине бесконечной проницаемости в площадной системе закачки [Текст] / А.В. Насыбуллин, В.Ф. Войкин // Нефть. Газ. Новации. – 2016. – № 12. – С. 39-41.

112. **Свидетельство 2016610774, Российская Федерация.** Horizontal_Debit [Текст] / Войкин В.Ф., Насыбуллин А.В., Саттаров Р.З. ; заявитель и патентообладатель ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина. – № 2015661452 ; заявл. 25.11.2015 ; зарег. 19.01.2016, Реестр программ для ЭВМ.

113. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений [Текст] / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик ; под ред. Ю.В. Геронимуса, М.Ю. Цейтлина. – 4-е изд., перераб. – М. : Физматгиз, 1963. – 1100 с.

114. Фокеева, Л.Х. Изучение особенностей притока жидкости к многоствольным горизонтальным скважинам [Текст] : автореф. дис. ... канд. техн. наук: 25.00.17 / Л.Х. Фокеева. – Альметьевск, 2006. – 25 с.

115. Басниев, К.С. Подземная гидромеханика [Текст] : учеб. для вузов / К.С. Басниев, И.Н. Кочина, В.М. Максимов. – М. : Недра, 1993. – 415 с.

116. Иктисанов, В.А. Моделирование притока жидкости к многоствольным скважинам [Текст] / В.А. Иктисанов, Л.Х. Фокеева // Нетрадиционные коллекторы нефти, газа и природных битумов. Проблемы их освоения : материалы науч. конф. – Казань : Изд-во Казан. ун-та, 2005. – С. 121-123.

117. Насыбуллин, А.В. К определению дебита горизонтальной скважины на установившемся режиме в элементе заводнения [Текст] / А.В. Насыбуллин, В.Ф. Войкин // Георесурсы. – 2015. – № 4, т. 2. – С. 35-38.

118. Насыбуллин, А.В. Дебит горизонтальной скважины в пятиточечной системе заводнения [Текст] / А.В. Насыбуллин, В.Ф. Войкин // Оборудование и технологии для нефтегазового комплекса. – 2016. – № 5. – С. 41-44.

119. Войкин, В.Ф. Формула дебита горизонтальной скважины при площадном заводнении [Электронный ресурс] / В.Ф. Войкин // Аспирант. – 2015. – № 10 (15). – С. 81-83. – Режим доступа: http://nauka-prioritet.ru/wp-content/uploads/2016/09/%D0%9D%D0%BE%D1%8F%D0%B1%D1%80%D1%8C-2015.pdf. – Загл. с экрана.

120. Войкин, В.Ф. Дебит горизонтальной скважины в регулярных системах размещения скважин [Текст] / В.Ф. Войкин // Энергия молодежи для нефтегазовой индустрии : сб. материалов Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых, приуроченной к 60-летию высшего не-фтегазового образования в Республике Татарстан, 26-29 сент. 2016 г. – Альметьевск : АГНИ, 2016. – С. 77-78.

121. Войкин, В.Ф. Формула дебита горизонтальной скважины при площадном заводнении [Текст] / В.Ф. Войкин, А.В. Насыбуллин // Инновации в разведке и разработке нефтяных и газовых месторождений : материалы Междунар. науч.-практ. конф., посвящ. 100-летию со дня рождения В.Д. Шашина, 7-8 сент. 2016 г., г. Казань : в 2 т. – Казань : Ихлас, 2016. – Т. 1. – С. 224-225.

122. Насыбуллин, А.В. Дебит многозабойной горизонтальной скважины в пяти и семи точечном элементах [Электронный ресурс] / А.В. Насыбуллин, В.Ф. Войкин // Нефтяная провинция. – 2015. – № 2. – Режим доступа: http://media.wix.com/ugd/2e67f9_b26dea485f5b4926b27c1c007e33fb7a.pdf. – Загл. с экрана.

123. Sureshjani, M.H. An Analytical Model for Analyzing and Forecasting Production From Multifractured Horizontal Wells With Complex Branched-Fracture Geometry [Text] / M.H. Sureshjani, C.R. Clarkson // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. – 2015. – Vol. 18, № 3. – P. 356-374.

124. **Свидетельство 2017619126, Российская Федерация.** ProdFractHorizWellFivePoint [Текст] / Войкин В.Ф., Насыбуллин А.В., Мифтахова К.В. ; заявитель и патентообладатель ПАО «Татнефть» им. В.Д. Шашина. – № 2017616330 ; заявл. 28.06.2017 ; зарег. 15.08.2017., Реестр программ для ЭВМ.

125. Проектирование разработки крупных нефтяных месторождений [Текст] / М.М. Саттаров [и др.]. – М. : Недра, 1969. – 237 с.

126. Швидлер, М.И. Фильтрационные течения в неоднородных средах [Текст] / М.И. Швидлер. – М. : Гостоптехиздат, 1963. – 136 с.

127. Фатихов, З.С. К вопросу вычисления относительных фазовых проницаемостей [Электронный ресурс] / З.С. Фатихов, В.Р. Сыртланов // Нефтегазовое дело : электрон. науч. журнал. – 2012. – № 1. – С. 324-332. – Режим доступа: http://ogbus.ru/article/k-voprosu-vychisleniya-otnositelnyx-fazovyx-pronicaemostej/. – Загл. с экрана.

128. Салимов, В.Г. Проектирование гидравлического разрыва пласта в системе Майера [Текст] / В.Г. Салимов, А.В. Насыбуллин, О.В. Салимов. – М. : ВНИИОЭНГ, 2008. – 153 с.

129. Скворцов, А.В. Триангуляция Делоне и ее применение [Текст] / А.В. Скворцов. – Томск : Изд-во Томского ун-та, 2002. – 128 с.

130. Карабцев, С.Н. Реализация эффективного алгоритма построения диаграмм Вороного на плоскости [Текст] / С.Н. Карабцев, Т.С. Рейн, С.В. Стуколов // Недра Кузбасса. Инновации : тр. V Всерос. науч.-практ. конф. – Кемерово : ИНТ, 2006. – С. 114-120.

131. Карабцев, С.Н. Построение диаграммы Вороного и определение границ области в методе естественных соседей [Текст] / С.Н. Карабцев, С.В. Стуколов // Вычислительные технологии. – 2008. – Т. 13, № 3. – С. 65-80.

132. Малинаускас, К.К. Динамическое построение абстрактных диаграмм Вороного [Текст] / К.К. Малинаускас // Фундаментальная и прикладная математика. – 2007. – Т. 13, № 2. – С. 133-146.

133. Малинаускас, К.К. Разработка математического и программного обеспечения систем топологического проектирования СБИС с использованием диаграмм Вороного [Текст] : автореф. дис. … канд. техн. наук : К.К. Малинаускас ; Московский государственный институт электронной техники. – М., 2007. – 23 с.

134. Роджерс, Д. Математические основы машинной графики [Текст] / Д. Роджерс, Дж. Адамс ; пер. с второго англ. Изд. П.А. Монахова, Г.В. Олохтоновой, Д.В. Волкова ; под ред. Ю.М. Баяковского, В.А. Галактионова, В.В. Мартынюка. – М. : Мир, 2001. – 604 с.

135. Кривые Безье [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/. – Загл. с экрана.

136. Бернштейн, С.Н. Собрание сочинений [Текст] : в 4 т. / С.Н. Берштейн ; АН СССР. – М. : Наука, 1954-1964. – Т. 3 : Дифференциальные уравнения, вариационное исчисление и геометрия. – 1960. – 441 с.

137. Многочлен Бернштейна [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://ru.wikipedia.org/wiki/. – Загл. с экрана.